

Тема: Перетворення подібності та його властивості. Подібність фігур

Мета:

- *Навчальна:* розглянути поняття перетворення подібності; властивості перетворення подібності; властивості подібних фігур;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння стисло та доречно висловлювати свої міркування та обґрунтовувати їхню правильність; розвивати вміння виконувати побудови перетворення подібності; розвивати вміння застосовувати властивості перетворення подібності і властивості подібних фігур до розв'язування задач;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

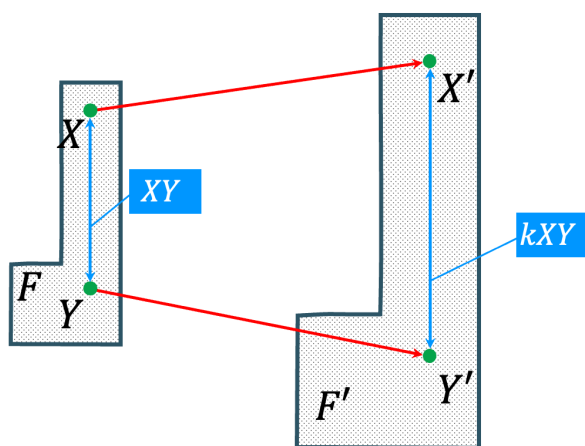
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

// Перетворення подібності



Перетворення подібності (подібність) – це таке перетворення фігури F у фігуру F' , унаслідок якого перетворені відстані між точками змінюються в тому самому відношенні k ($k > 0$)

Тобто якщо дві довільні точки X і Y фігури F унаслідок перетворення подібності переходять у точки X' і Y' фігури F' , то $X'Y' = kXY$

k – коефіцієнт подібності

Дві фігури називаються **подібними**, якщо вони переводяться одна в одну перетворенням подібності.



$$F' \sim F$$



«Фігура F' подібна фігурі F »



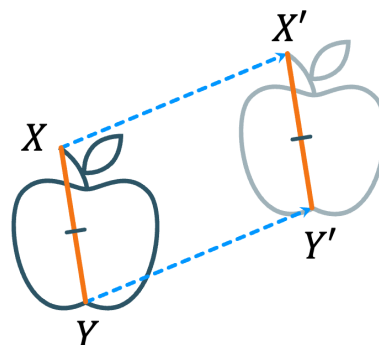
$$F' \sim F$$



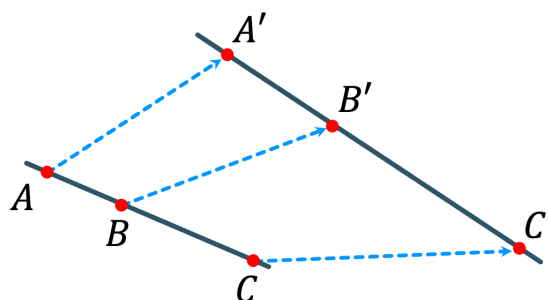
«Фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом k »

// Властивості перетворення подібності

1. Переміщення можна розглядати як перетворення подібності з коефіцієнтом $k = 1$



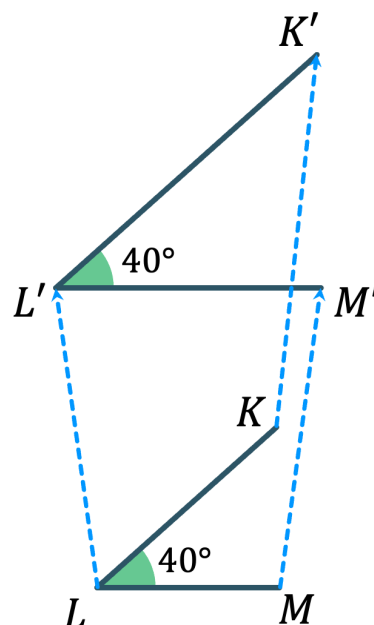
2. При перетворенні подібності точки, що лежать на прямій, переходять у точки, що лежать на прямій, і зберігається порядок їх взаємного розташування



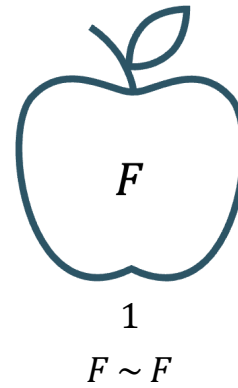
Наслідок

Перетворення подібності переводить прямі у прямі, промені – у промені, відрізки – у відрізки

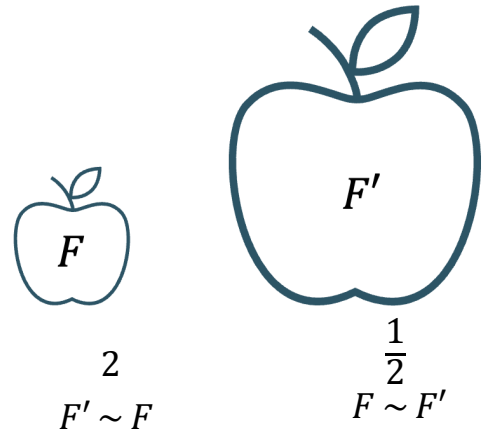
3. При перетворенні подібності кут переходить у рівний йому кут



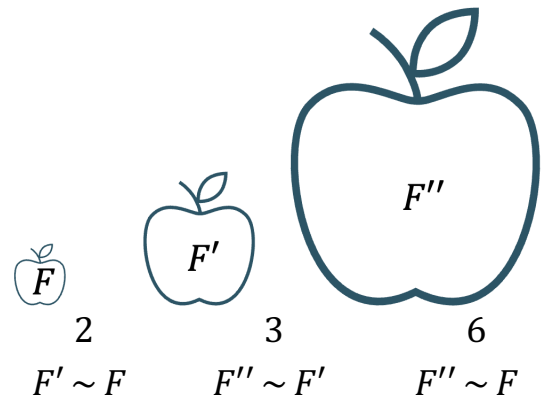
1. Кожна фігура подібна сама собі з коефіцієнтом 1



2. Якщо фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом k , то фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом $\frac{1}{k}$

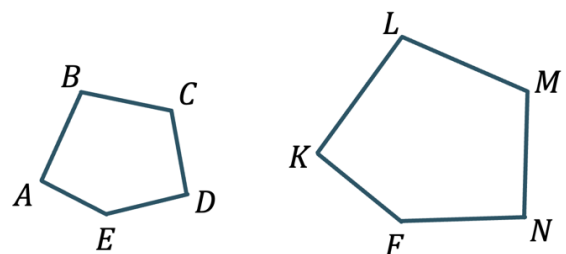


3. Якщо фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом k_1 , а фігура F'' подібна фігурі F' з коефіцієнтом k_2 , то фігура F'' подібна фігурі F з коефіцієнтом $k_1 k_2$



4. У подібних багатокутників відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні

➤ Наведіть приклади відповідних кутів і відповідних сторін багатокутників $ABCDE$ і $KLMNF$



5. Правильні багатокутники з однаковою кількістю сторін подібні

➤ Наведіть приклади правильних багатокутників

Периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони цих багатокутників

Творче Д/З: Доведіть це твердження.

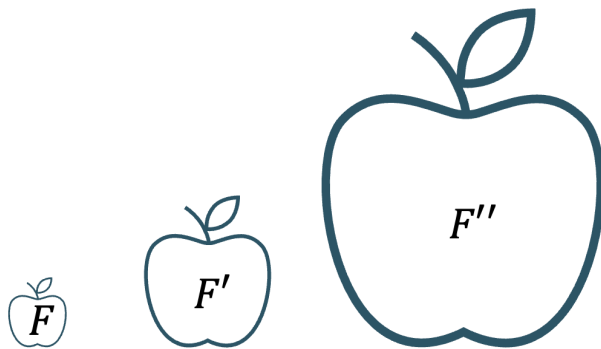
III. Розв'язування завдань

№1

А) Фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом 8. З яким коефіцієнтом фігура F подібна фігурі F' ?

Б) Фігура F' подібна фігурі F'' з коефіцієнтом $\frac{1}{4}$, а фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом $\frac{1}{3}$. З яким коефіцієнтом фігура F подібна фігурі F'' ?

Розв'язання:



А) За 2-ю властивістю подібних фігур:
 $k = \frac{1}{8}$

Б) За 3-ю властивістю подібності фігур:

$$k_1 = \frac{1}{4}, k_2 = \frac{1}{3}$$
$$k = k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Відповідь: А) фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом $k = \frac{1}{8}$; Б) фігура F подібна фігурі F'' з коефіцієнтом $k = \frac{1}{12}$

№2

Периметри двох правильних п'ятикутників відносяться як 2:5. Сторона п'ятикутника з більшим периметром дорівнює 15 см. Знайдіть сторону п'ятикутника з меншим периметром.

Розв'язання:

Так як периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони цих багатокутників:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{a_1}{15} = \frac{2}{5} \rightarrow a_1 = \frac{2 \cdot 15}{5} = 6 \text{ (см)}$$

Відповідь: 6 см

На кресленні, виконаному в масштабі 1: 1000, зображено прямокутну земельну ділянку зі сторонами 8 см і 7 см. Знайдіть площу цієї ділянки.

Розв'язання:

Так як масштаб креслення 1: 1000, то сторони ділянки:

$$8 \text{ см} \cdot 1000 = 8000 \text{ см} = 8 \text{ м}$$

$$7 \text{ см} \cdot 1000 = 7000 \text{ см} = 7 \text{ м}$$

Знайдемо площу прямокутника зі сторонами 8 м і 7 м:

$$S = 8 \cdot 7 = 56 \text{ м}^2$$

Відповідь: 56 м²

Чотирикутники $ABCD$ і $A'B'C'D'$ подібні $\angle A = 97^\circ$, $\angle B' = 113^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Знайдіть невідомі кути обох чотирикутників.

Розв'язання:

За 3-ю властивістю перетворення подібності:

$$\angle A = \angle A' = 97^\circ$$

$$\angle B = \angle B' = 113^\circ$$

$$\angle C = \angle C' = 80^\circ$$

За теоремою про суму кутів чотирикутника:

$$\angle D = \angle D' = 360^\circ - (97^\circ + 113^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$$

Відповідь: $\angle D = \angle D' = 70^\circ$

Два прямокутники подібні. Сторони одного з них дорівнюють 4 см і 8 см, а одна зі сторін другого – 16 см. Знайдіть іншу сторону другого прямокутника. Скільки розв'язків і способів розв'язання має задача?

Розв'язання:



І спосіб

Нехай сторони одного прямокутника:

$$a = 4 \text{ см}$$

$$b = 8 \text{ см}$$

Можливі два випадки подібного йому прямокутника:

$$a_1 = 16 \text{ см або } b_1 = 16 \text{ см}$$

Знайдемо коефіцієнт подібності для обох випадків:

$$k_1 = \frac{a_1}{a} = \frac{16}{4} = 4 \quad k_2 = \frac{b_1}{b} = \frac{16}{8} = 2$$

$$b_1 = k_1 b = 4 \cdot 8 = 32 \text{ см} \quad a_1 = k_2 a = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

II спосіб

Нехай сторони одного прямокутника:

$$a = 4 \text{ см}$$

$$b = 8 \text{ см}$$

Можливі два випадки подібного йому прямокутника:

$$a_1 = 16 \text{ см або } b_1 = 16 \text{ см}$$

$$1) a_1 = 16$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \rightarrow \frac{4}{16} = \frac{8}{b_1} \rightarrow b_1 = \frac{8 \cdot 16}{4} = 32 \text{ см}$$

$$2) b_1 = 16 \text{ см}$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \rightarrow \frac{4}{a_1} = \frac{8}{16} \rightarrow a_1 = \frac{4 \cdot 16}{8} = 8 \text{ см}$$

Відповідь: 8 см або 32 см

№6

Периметри подібних п'ятикутників відносяться як 5: 6, а сума їх найбільших сторін дорівнює 165 см. Знайдіть сторони обох п'ятикутників, якщо відношення одного з них дорівнює 2: 3: 3: 4: 15

Розв'язання:

Так як дані п'ятикутники подібні, то відношення їх сторін є однаковим.

Нехай сторони першого п'ятикутника:

$$2a \text{ см}, 3a \text{ см}, 3a \text{ см}, 4a \text{ см}, 15a \text{ см}$$

Тоді сторони другого п'ятикутника:

$$2b \text{ см}, 3b \text{ см}, 3b \text{ см}, 4b \text{ см}, 15b \text{ см}$$

Так як периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони цих багатокутників і за умовою $\frac{P_1}{P_2} = \frac{5}{6}$, то:

$$\frac{15a}{15b} = \frac{5}{6} \rightarrow b = \frac{6}{5}a$$

За умовою:

$$15a + 15b = 165$$

$$15a + 15 \cdot \frac{6}{5}a = 165$$

$$15a + 18a = 165$$

$$33a = 165$$

$$a = 5$$

Отже:

$$b = \frac{6}{5}a = \frac{6}{5} \cdot 5 = 6$$

Знайдемо сторони обох п'ятикутників:

$$2a = 2 \cdot 5 = 10 \text{ см}$$

$$2b = 2 \cdot 6 = 12 \text{ см}$$

$$3a = 3 \cdot 5 = 15 \text{ см}$$

$$3b = 3 \cdot 6 = 18 \text{ см}$$

$$4a = 4 \cdot 5 = 20 \text{ см}$$

$$4b = 4 \cdot 6 = 24 \text{ см}$$

$$15a = 15 \cdot 5 = 75 \text{ см}$$

$$15b = 15 \cdot 6 = 90 \text{ см}$$

Відповідь: сторони першого п'ятикутника: 10 см, 15 см, 15 см, 20 см, 75 см;
сторони другого п'ятикутника: 12 см, 18 см, 18 см, 24 см, 90 см

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, що таке перетворення подібності?
- Поясніть, що ми називаємо коефіцієнтом подібності?
- Які ви знаєте властивості перетворення подібності?
- Сформулюйте наслідок з 2-ї властивості перетворення подібності
- Які ви знаєте властивості подібних фігур?
- Наведіть приклади подібних фігур

V. Домашнє завдання

Опрацювати §23

Виконати № 999, 1006, 1010, 1012, 1021