

Тема: Паралельне перенесення

Мета:

- *Навчальна:* розглянути означення та властивості паралельного перенесення; теорему про паралельне перенесення;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння стисло та доречно висловлювати свої міркування та обґрунтовувати їхню правильність; розвивати вміння виконувати побудови паралельного перенесення та знаходити координати точок, що утворюються внаслідок паралельного перенесення на даний вектор;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

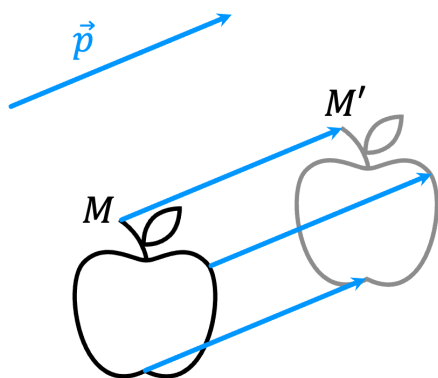
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

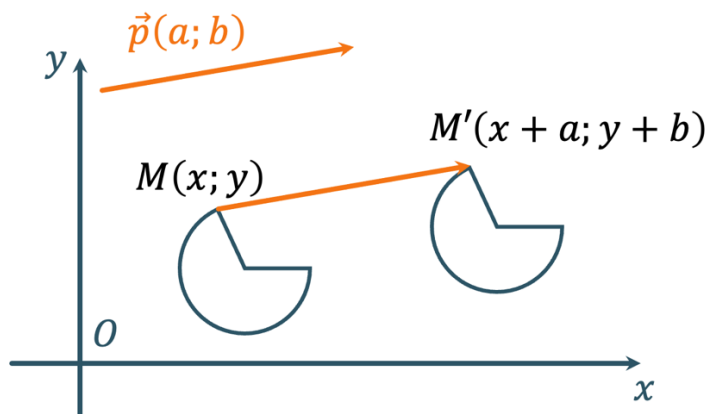
// Паралельне перенесення



Паралельним перенесенням на вектор $\vec{p}$ називається таке перетворення, при якому кожній точці M відповідає така точка M' , що $\overrightarrow{MM'} = \vec{p}$

Якщо координати вектора $\vec{p}$ відомі, то можемо сформулювати означення паралельного перенесення інакше:

Паралельним перенесенням називають таке перетворення фігури, при якому її довільна точка $M(x, y)$ переходить у точку $M'(x + a; y + b)$, де a і b – одні й ті самі для всіх точок фігури



У прямокутній системі координат паралельне перенесення, яке переводить точку $(x; y)$ у точку $(x'; y')$, задається **формулами паралельного перенесення**:

$$x' = x + a$$

$$y' = y + b$$

Завдання 1

Паралельне перенесення задано формулами: $x' = x + 3$, $y' = y + 5$.

З'ясуйте:

1) У яку точку при цьому паралельному перенесенні переходить точка $M(2; -4)$

2) Яка точка при цьому паралельному перенесенні переходить у точку $P'(1; 6)$

1) $M(2; -4)$ переходить у $M'(x'; y')$

$$x' = 2 + 3 = 5$$

$$y' = -4 + 5 = 1$$

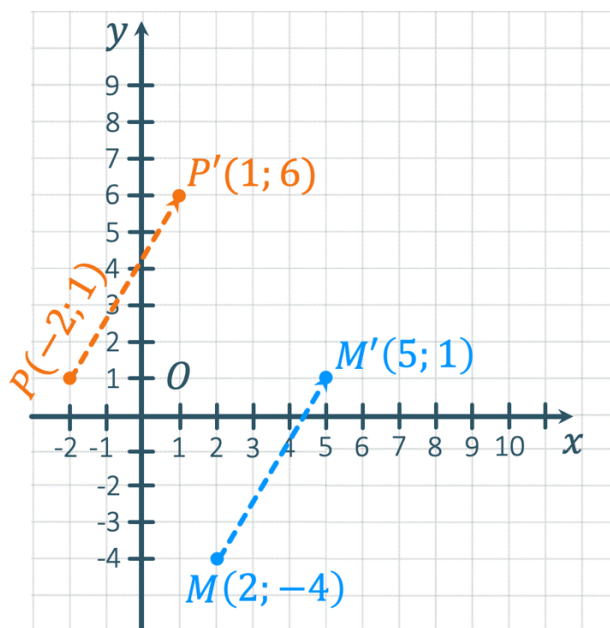
$$M'(5; 1)$$

2) У точку $P'(1; 6)$ перейшла точка $P(x; y)$

$$1 = x + 3; \quad x = -2$$

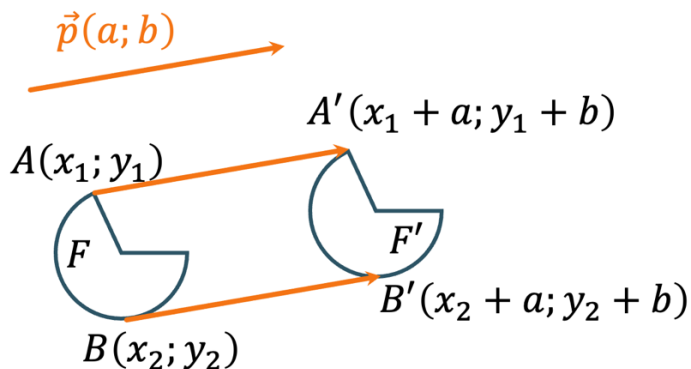
$$6 = y + 5; \quad y = 1$$

$$P(-2; 1)$$



Теорема

Паралельне перенесення є переміщенням



Доведення:

Візьмемо дві довільні точки $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$ фігури F , виконавши паралельне перенесення на вектор $\vec{p}(a; b)$, отримаємо відповідні образи цих точок A' і B' .

Доведемо, що $AB = A'B'$

➤ Назвіть координати точок A' і B'

Так як $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{p}$, то векторів $\overrightarrow{AA'}$ і $\overrightarrow{BB'}$ мають координати $(a; b)$. Використавши формули паралельного перенесення, отримаємо координати точок A' і B' :

$$A'(x_1 + a; y_1 + b)$$

$$B'(x_2 + a; y_2 + b)$$

Знайдемо відстань між точками A і B :

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Знайдемо відстань між точками A' і B' :

$$A'B' = \sqrt{(x_2 + a - x_1 - a)^2 + (y_2 + b - y_1 - b)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Так як $AB = A'B'$, то паралельне перенесення зберігає відстань між точками.

Доведено.

III. Розв'язування завдань

№1

Паралельне перенесення задано формулами: $x' = x - 3$; $y' = y + 4$. У які точки при цьому паралельному перенесенні переходять точки:

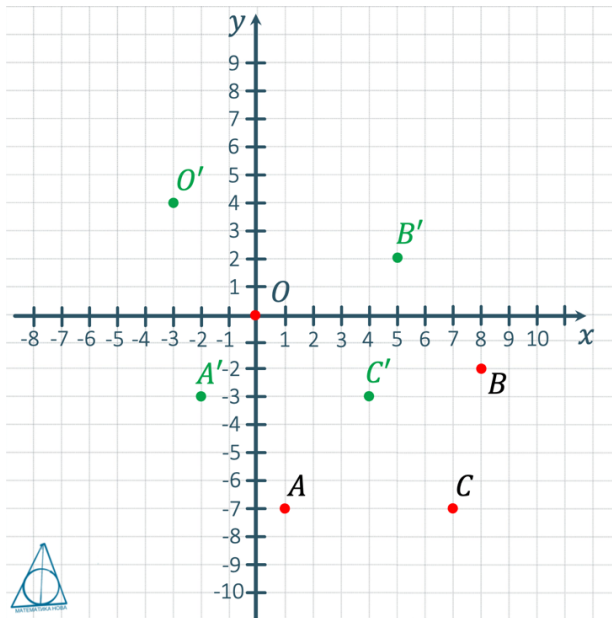
1) $O(0; 0)$

2) $A(1; -7)$

3) $B(8; -2)$

4) $C(7; -7)$

Розв'язання:



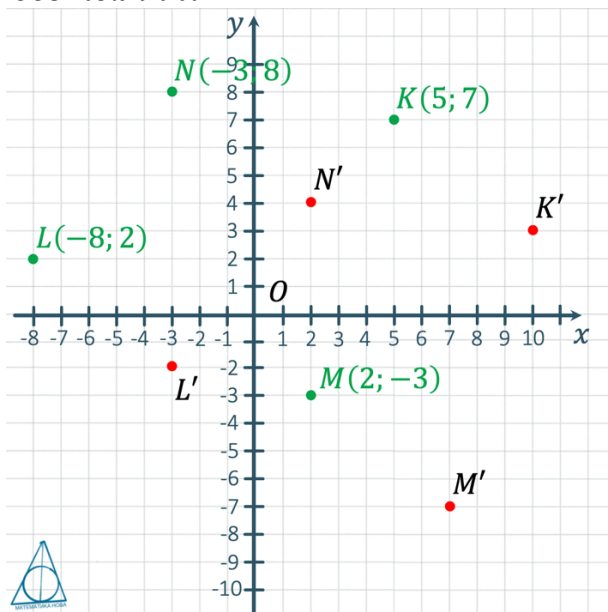
- 1) $O'(-3; 4)$
- 2) $A'(-2; -3)$
- 3) $B'(5; 2)$
- 4) $C'(4; -3)$

№2

Паралельне перенесення задано формулами: $x' = x + 5$; $y' = y - 4$. Які точки при цьому паралельному перенесенні перейшли у точки:

- 1) $M'(7; -7)$
- 2) $N'(2; 4)$
- 3) $L'(-3; -2)$
- 4) $K'(10; 3)$

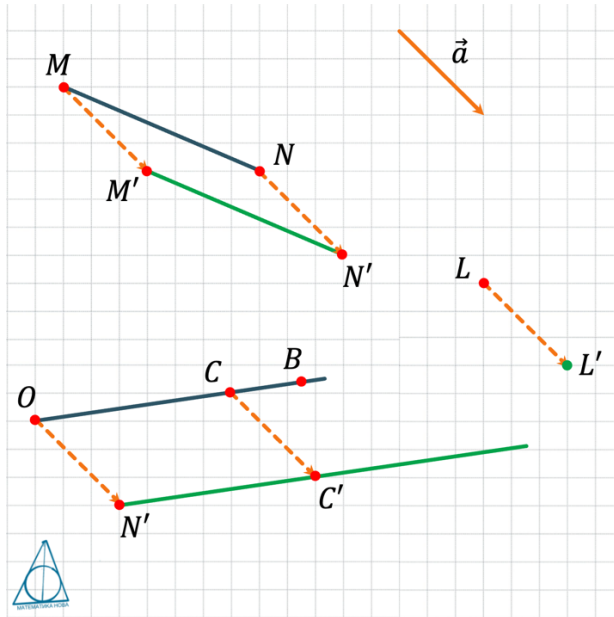
Розв'язання:



- 1) $M(2; -3)$
- 2) $N(-3; 8)$
- 3) $L(-8; 2)$
- 4) $K(5; 7)$

Побудуйте образи відрізка MN , точки L і променя OB при паралельному перенесенні на вектор $\vec{a}$

Розв'язання:



**Орієнтуватися можна також і на те, що точки, утворені внаслідок такого перенесення, опускаються на три клітинки вниз і на три клітинки праворуч.*

Запишіть рівняння кола, у яке переходить коло $(x - 4)^2 + (y + 7)^2 = 17$ при паралельному перенесенні, заданому формулами: $x' = x - 3$, $y' = y + 5$

Розв'язання:

Так як паралельне перенесення є переміщенням, то дане коло перейде в таке ж саме коло, тобто зміняться тільки координати центра кола.

У прямокутній системі координат рівняння кола радіуса r із центром у точці $M(a; b)$ має вигляд $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Центр даного кола:

$$O(4; -7)$$

Центр даного кола перейде в точку:

$$x' = 4 - 3 = 1$$

$$y' = -7 + 5 = -2$$

$$O'(1; -2)$$

Отже шукане рівняння:

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 17$$

Відповідь: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 17$

Запишіть рівняння прямої, у яку переходить пряма $2x - y + 5 = 0$ при паралельному перенесенні заданому формулами $x' = x + 1$, $y' = y - 2$

Розв'язання:

Знайдемо дві довільні точки даної прямої:

$$2x - y + 5 = 0$$

$$y = 2x + 5$$

$$\text{Якщо } x = 0, \text{ то } y = 2 \cdot 0 + 5 = 5$$

$$\text{Якщо } x = 1, \text{ то } y = 2 \cdot 1 + 5 = 7$$

Отже маємо дві точки даної прямої:

$$A(0; 5)$$

$$B(1; 7)$$

Знайдемо точки A' і B' , що утворяться при паралельному перенесенні заданому формулами $x' = x + 1$, $y' = y - 2$:

$$A(0; 5)$$

$$x' = 0 + 1 = 1$$

$$y' = 5 - 2 = 3$$

$$A'(1; 3)$$

$$B(1; 7)$$

$$x' = 1 + 1 = 2$$

$$y' = 7 - 2 = 5$$

$$B'(2; 5)$$

Знайдемо рівняння прямої, що проходить через точки A' і B' :

$$\frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y - 3}{5 - 3}$$

$$\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 3}{2}$$

$$1(y - 3) = 2(x - 1)$$

$$y - 3 = 2x - 2$$

$$2x - y + 1 = 0$$

Відповідь: $2x - y + 1 = 0$

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, що називають паралельним перенесенням?
- Якими будуть координати точки M' , якщо утворена внаслідок паралельного перенесення точки $M(x; y)$ на вектор $\vec{p}(a; b)$
- Якими формулами задається паралельне перенесення?
- Сформулюйте теорему про паралельне перенесення
- Чи зберігається рівність фігур при паралельному перенесенні? Чому?
- Чи може при паралельному перенесенні пряма перейти сама в себе? Чому?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §22

Виконати № 975, 977, 981, 985