Тема: Симетрія відносно точки

Мета:

- *Навчальна:* розглянути поняття симетрії відносно точки; перетворення симетрії відносно точки; центрально-симетричні фігури; теорему про перетворення симетрії відносно точки;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння стисло та доречно висловлювати свої міркування та обґрунтовувати їхню правильність; розвивати вміння будувати симетричні точки відносно даної точки, симетричні фігури відносно даної точки;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

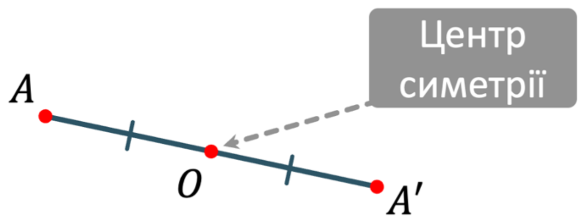
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

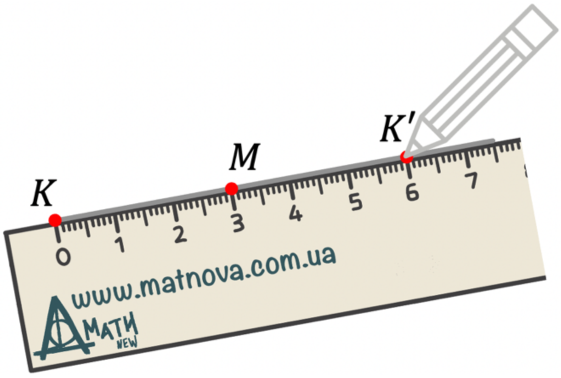
// Симетрія відносно точки



Точки A і A' називаються **симетричними відносно точки** O, якщо точка O – середина відрізка AA'

- ➢ Яка точка буде симетричною точці O?
  (Точка O симетрична сама собі)

- ➢ Запропонуйте спосіб побудови точки, що буде симетричною точці K відносно точки M



1. Проводимо промінь KM
2. Відкладаємо відрізок MK' по інший бік від точки M

Завдання

Точки $M(x; 3)$ і $M'(-3; y)$ симетричні відносно точки $O(2; -3)$. Знайдіть x і y.

Розв'язання:

Використаємо формулу середини відрізка:

$$2 = \frac{x + (-3)}{2} \qquad -3 = \frac{3 + y}{2}$$

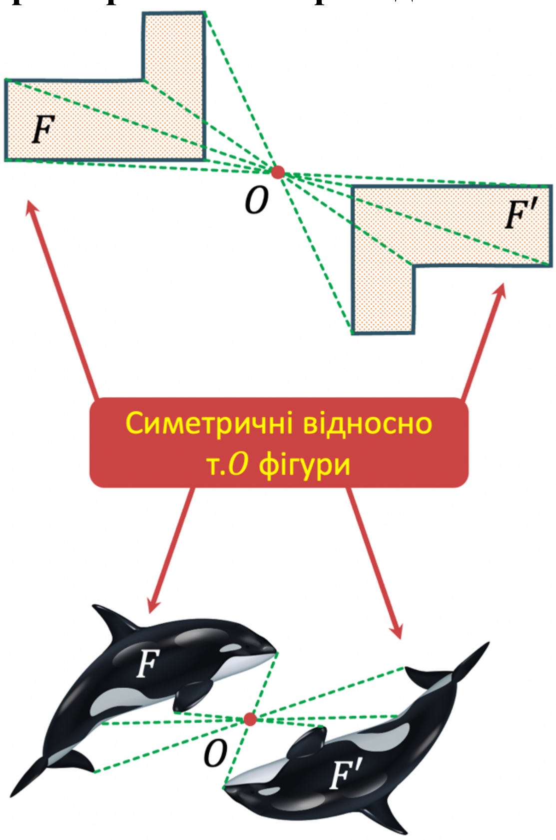
$$x - 3 = 4 \qquad 3 + y = -6$$

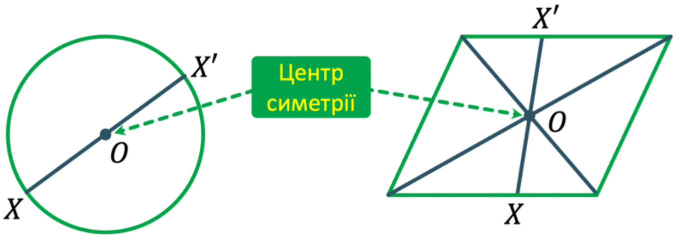
$$x = 7 \qquad y = -9$$

Відповідь: $x = 7; y = -9$

// Перетворення симетрії відносно точки

Перетворення симетрії відносно точки – це таке перетворення, за якого кожна точка фігури F симетрична деякій точці фігури F' відносно точки O і навпаки.



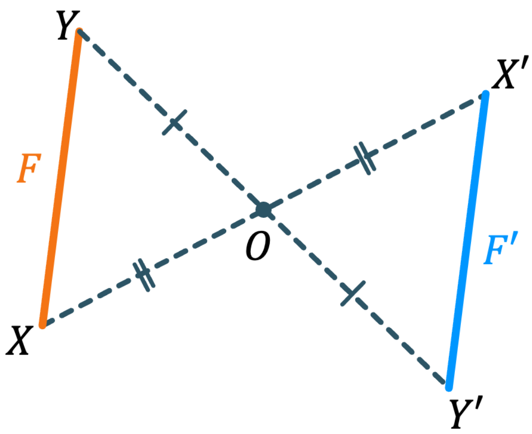


Центрально-симетричні фігури

Фігура називається центрально-симетричною, якщо існує таке перетворення симетрії відносно точки O, яке переводить фігуру F у себе

- Де знаходиться центр симетрії кола? Квадрата? Паралелограма?
  (Центром симетрії кола є центр кола, квадрата і паралелограма – точка перетину їх діагоналей)

Теорема *(про перетворення симетрії відносно точки)*
Перетворення симетрії відносно точки є переміщенням



Доведення:

$$\left.\begin{array}{l} XO = X'O \\ YO = Y'O \end{array}\left(\begin{array}{c}\text{за означенням} \\ \text{симетрії}\end{array}\right) \\ \angle XOY = \angle X'OY' \left(\begin{array}{c}\text{як} \\ \text{вертикальні}\end{array}\right)\right|$$

$$\rightarrow \Delta XOY = \Delta X'OY' \left(\begin{array}{c}\text{за двома} \\ \text{сторонами і} \\ \text{кутом між} \\ \text{ними}\end{array}\right)$$

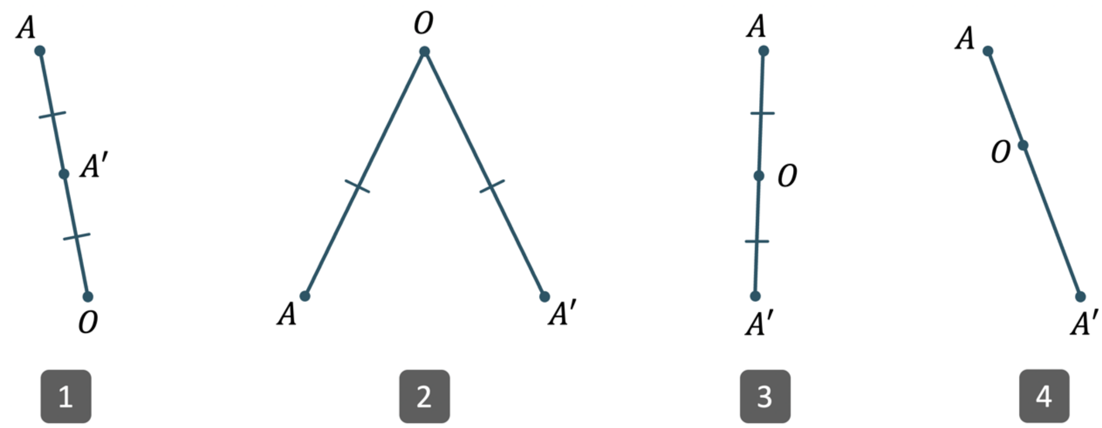
$\rightarrow XY = X'Y'$
$\rightarrow$ Симетрія відносно точки є переміщенням

Доведено

III. Розв'язування завдань

№1

На якому з рисунків точки A і A' симетричні відносно точки O?

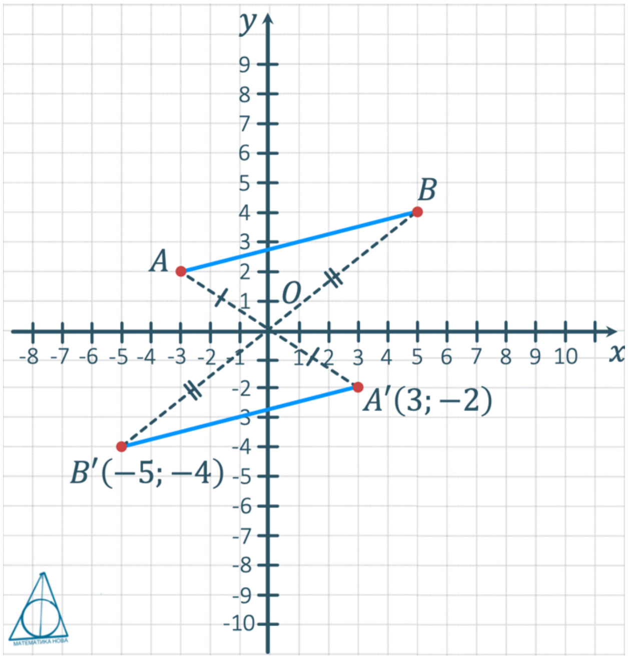


Відповідь: 3

№2

1) Дано відрізок AB, $A(-3;2)$, $B(5;4)$. Побудуйте відрізок, симетричний відрізку AB відносно початку координат, та запишіть координати його кінців.
2) Укажіть пари точок, що симетричні токам $M(-6;7)$, $K(5;9)$, $L(3;-8)$ відносно початку координат

Розв'язання:



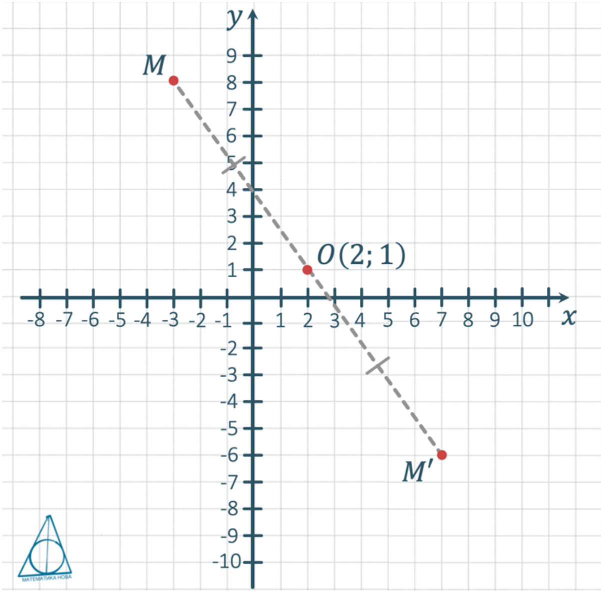
1) Будуємо точки A' і B' симетричні точкам A і B відносно початку координат, потім з'єднуємо їх між собою.
   $A'(3;-2)$, $B'(-5;-4)$

2) $M'(6;-7)$, $K'(-5;-9)$, $L'(-3;8)$

№3

Точки $M(x;8)$ і $M'(7;y)$ симетричні відносно точки $O(2;1)$. Знайдіть x і y.

Розв'язання:



Точка O – середин відрізка MM', отже скористаємося формулою середини відрізка:

$$\frac{x+7}{2}=2 \qquad \frac{8+y}{2}=1$$
$$x+7=4 \qquad 8+y=2$$
$$x=-3 \qquad y=-6$$

Відповідь: $x=-3$; $y=-6$

Запишіть рівняння кола, яке симетричне колу $(x-3)^2+(y+4)^2=25$ відносно:

1) Початку координат
2) Точки $K(2;-5)$

Розв'язання:

Пригадаємо рівняння кола з центром у точці $M(a;b)$ і радіусом r:

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

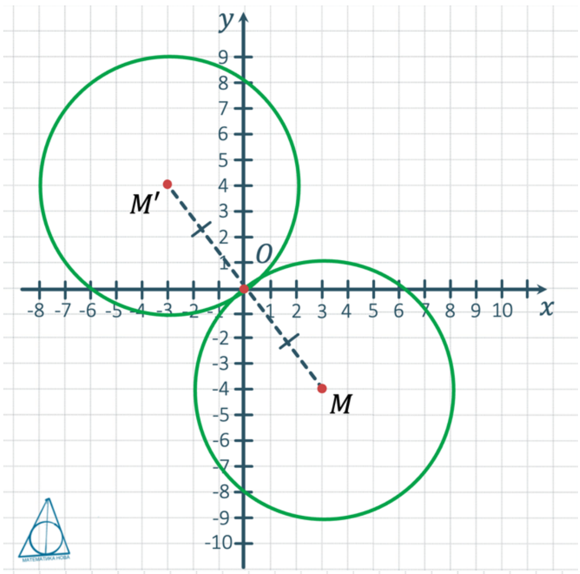
Отже:

Координати центру даного кола:

$M(3;-4)$

Радіус даного кола:

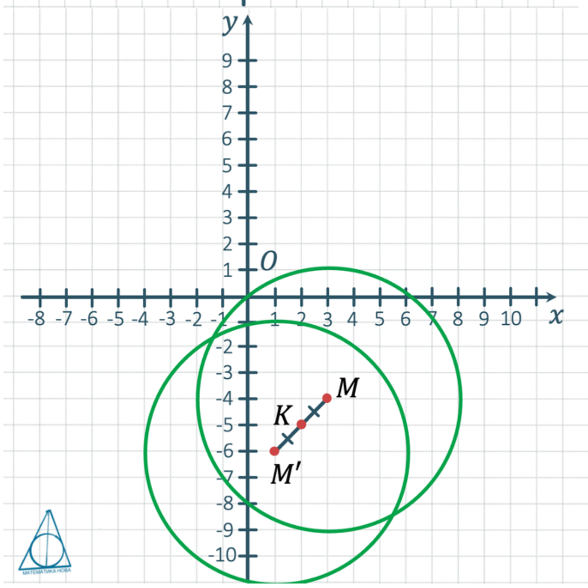
$r=5$



1) Початку координат

Так як $O(0;0)$ – центр симетрії і перетворення симетрії відносно точки є переміщенням, то центр кола, симетричного колу з центром $M(3;-4)$ має координати $M'(-3;4)$. Отже шукане коло має координати:

$\boldsymbol{(x+3)^2+(y-4)^2=25}$



2) Точки $\boldsymbol{K(2;-5)}$

Так як $K(2;-5)$ – центр симетрії і перетворення симетрії відносно точки є переміщенням, то нехай центр кола, симетричного колу з центром $M(3;-4)$ має координати $M'(x;y)$.

Використаємо формулу середини відрізка:

$$\frac{3+x}{2}=2 \qquad \frac{-4+y}{2}=-5$$
$$3+x=4 \qquad -4+y=-10$$
$$x=1 \qquad y=-6$$

Отже:

Координати центру шуканого кола:

$M'(1;-6)$

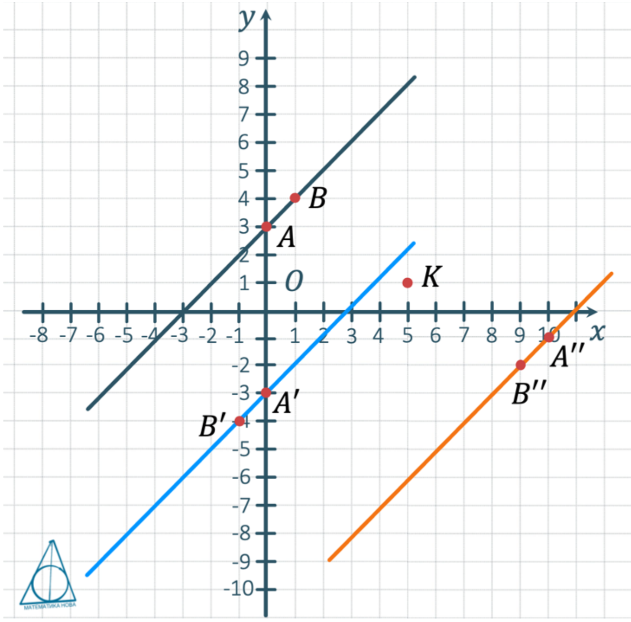
Рівняння шуканого кола:
$$(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})^2+(\boldsymbol{y}+\mathbf{6})^2=\mathbf{25}$$

№5

Запишіть рівняння прямої, яка симетрична прямій $3x-3y+9=0$ відносно:

1) Початку координат
2) Точки $K(5;1)$

Розв'язання:



Знайдемо дві довільні точки $A(x_1;y_1)$ і $B(x_2;y_2)$ прямої заданої рівнянням $3x-3y+9=0$

Нехай:
$$x_1=0$$

Тоді:
$$3\cdot 0-3y_1+9=0$$
$$3y_1=9$$
$$y_1=3$$
$$A(0;3)$$

Нехай:
$$x_2=1$$

Тоді:
$$3\cdot 1-3y_2+9=0$$
$$3y_2=12$$
$$y_2=4$$
$$B(1;4)$$

1) Початку координат

Знайдемо точки, симетричні точкам A і B відносно початку координат:
$$A'(0;-3)$$
$$B'(-1;-4)$$

Запишемо рівняння прямої, що проходить через точки A' і B':
$$\frac{x-0}{-1-0}=\frac{y-(-3)}{-4-(-3)}$$
$$-\frac{x}{1}=-\frac{y+3}{1}$$
$$-x=-y-3$$
$$\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}-\mathbf{3}=\mathbf{0}$$

2) Точки $K(5; 1)$

Знайдемо точки, симетричні точкам A'' і B'' відносно точки $K(5; 1)$:

Використаємо формулу середини відрізка:

$$\frac{0+x}{2} = 5 \qquad\qquad \frac{3+y}{2} = 1$$
$$x = 10 \qquad\qquad 3 + y = 2$$
$$y = -1$$
$$A''(10; -1)$$

$$\frac{1+x}{2} = 5 \qquad\qquad \frac{4+y}{2} = 1$$
$$1 + x = 10 \qquad\qquad 4 + y = 2$$
$$x = 9 \qquad\qquad y = -2$$
$$B''(9; -2)$$

Запишемо рівняння прямої, що проходить через точки A'' і B'':

$$\frac{x-10}{9-10} = \frac{y-(-1)}{-2-(-1)}$$
$$-\frac{x-10}{1} = -\frac{y+1}{1}$$
$$x - 10 = y + 1$$
$$\boldsymbol{x - y - 11 = 0}$$

Відповідь: 1) $x - y - 3 = 0$; 2) $x - y - 11 = 0$

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, що ми називаємо перетворенням фігури F у F'
- Поясніть, яке перетворення називається переміщенням
- Які властивості має переміщення?
- Поясніть, які фігури називаються рівними?
- Які фігури ми називали рівними у 7 класі?
- Які висновки можна зробити із загального означення рівності фігур?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §19

Виконати № 908, 910, 913, 918, 920