

Тема: Площа круга та його частин

Мета:

- *Навчальна:* навчити знаходити площу круга, сектора та сегмента;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння стисло та доречно висловлювати свої міркування та обґрунтовувати їхню правильність; розвивати вміння знаходити площу круга, сектора та сегмента, застосовувати набуті знання у повсякденному житті;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

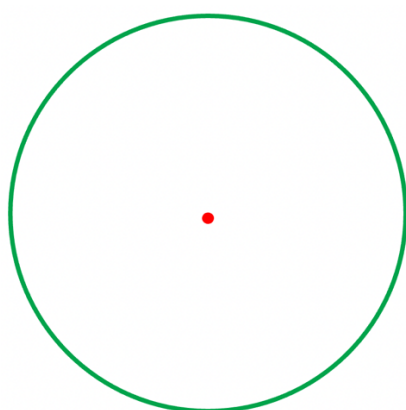
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

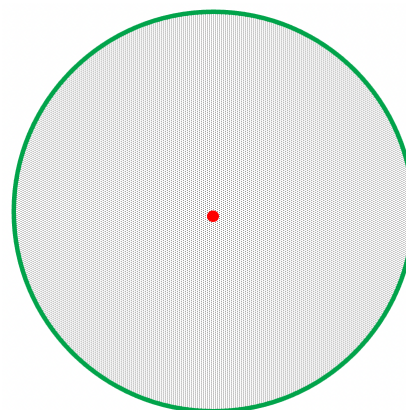
// Пригадаємо матеріал 7 класу

- Пригадайте, яка геометрична фігура називається кругом? В чому відмінність між колом і кругом?

КОЛО



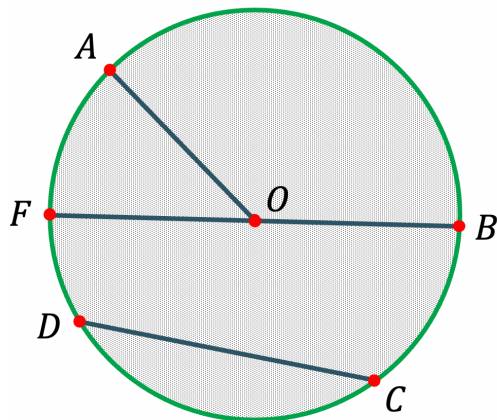
КРУГ



Коло – це геометрична фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки

Круг – це частина площини, обмежена колом, об'єднана із самим колом

- Що є центром, радіусом, діаметром, хордою круга?
(Центром, радіусом, діаметром, хордою круга є відповідно центр, радіус, діаметр, хорда кола, яке обмежує даний круг)



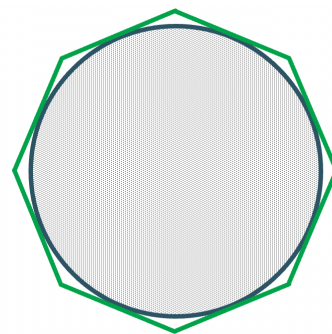
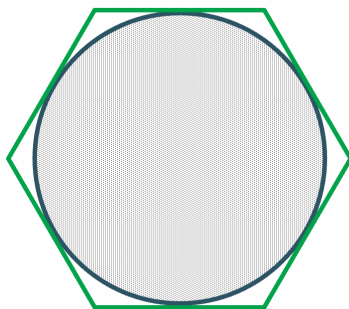
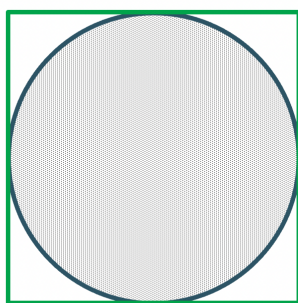
Для даного круга назвіть:

- центр // т. O – центр
- радіус // OA – радіус
- діаметр // FB – діаметр
- хорду // DC – хорда

III. Вивчення нового матеріалу

//Площа круга

- Побудуємо декілька многокутників, описаних навколо кола



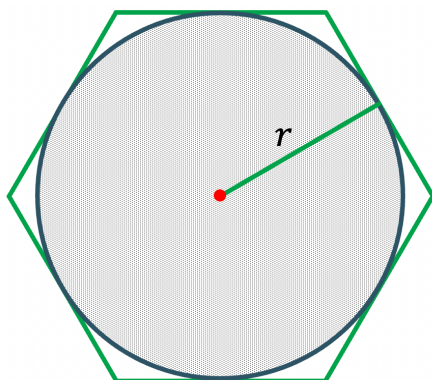
- При збільшенні кількості сторін правильного многокутника до нескінченності, який можемо зробити висновок про його площу?

При збільшенні сторін правильного многокутника до нескінченності, його площа все більше буде наближатися до площі круга.

Теорема (про площу круга)

Площа круга S , радіус якого дорівнює r , обчислюється за формулою:

$$S = \pi r^2$$



Доведення:

За відомою нам формулою площі описаного многокутника:

$$S_n = \frac{P_n}{2} \cdot r$$

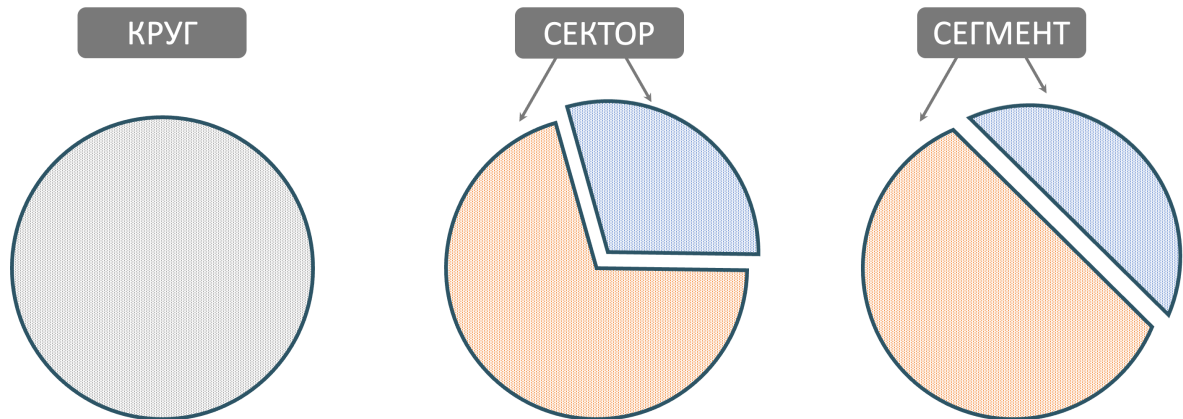
Якщо будемо нескінченно збільшувати кількість сторін правильних многокутників, то їх площа буде все більше наближатися до площі круга, навколо якого вони описані, отже:

Якщо $n \rightarrow \infty$, то $P_n \rightarrow C$

$$S_{\text{круга}} = \frac{C}{2} \cdot r = \frac{2\pi r}{2} \cdot r = \pi r^2$$

Доведено

// Круг, сектор, сегмент

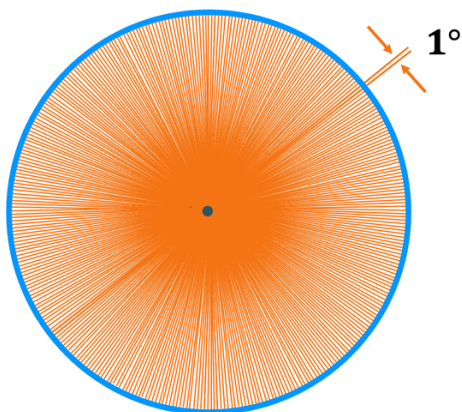


Круг – це коло разом з його внутрішньою областю

Сектор – частина круга, обмежена радіусами

Сегмент – частина його круга, обмежена хордою

// Площа сектора



Площа круга: $S = \pi r^2$

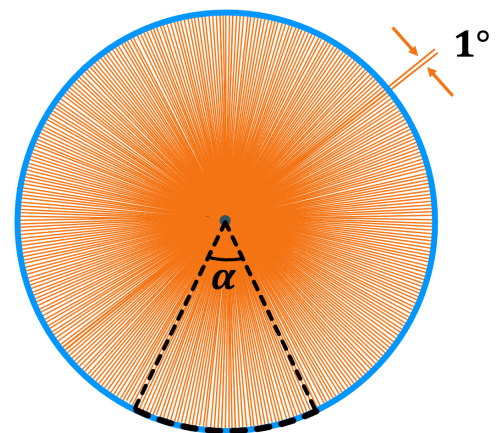
Градусна міра круга: 360°

- Поміркуйте, як виразити площу сектора круга, що відповідає центральному куту 1° ?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Площа круга: } S = \pi r^2 \\ \text{Градусна міра круга: } 360^\circ \end{array} \right| \rightarrow S_{1^\circ} = \frac{\pi r^2}{360^\circ}$$

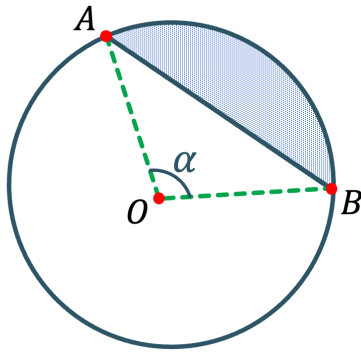
- Поміркуйте, як виразити площу сектора круга, що відповідає центральному куту α градусів

$$S_\alpha = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha - \text{площа сектора круга}$$



// Площа сегмента

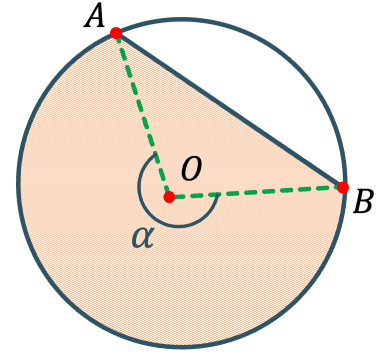
➤ Під час знаходження площі сегмента круга можливі два випадки:



$$\alpha < 180^\circ$$

Від сектора, якому належить сегмент, віднімаємо площу $\triangle AOB$

$$S_{\text{сегм}} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha \pm S_{AOB}$$



$$\alpha > 180^\circ$$

До сектора, якому належить сегмент, додаємо площу $\triangle AOB$

IV. Розв'язування завдань

№1

Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює:

1) 4 см

2) 2,5 дм

3) 0,5 м

Розв'язання:

$$S = \pi r^2$$

$$1) S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi \text{ см}^2$$

$$2) S = \pi \cdot 2,5^2 = 6,25\pi \text{ см}^2$$

$$3) S = \pi \cdot 0,5^2 = 0,25\pi \text{ м}^2$$

Відповідь: 1) $16\pi \text{ см}^2$; 2) $6,25\pi \text{ см}^2$; 3) $0,25\pi \text{ м}^2$

№2

Стару каналізаційну трубу діаметром 40 см вирішили замінити новою трубою так, щоб пропускна спроможність нової труби була у 2 рази більшою ніж старої. Якого діаметра трубу необхідно встановити?

Розв'язання:

Щоб пропускна спроможність нової труби була у 2 рази більшою ніж старої, необхідно, щоб її площа поперечного перерізу була у 2 рази більшою.

Знайдемо площу поперечного перерізу старої труби:

Радіус старої труби:

$$r_c = \frac{d_c}{2} = \frac{40 \text{ см}}{2} = 20 \text{ см}$$

Площа поперечного перерізу старої труби:

$$S_c = \pi r_c^2 = \pi \cdot 20^2 = 400\pi$$

Переріз нової труби має дорівнювати сумі перерізів двох старих, тобто:

$$400\pi \cdot 2 = 800\pi$$

Знайдемо радіус нової труби. Нехай R – радіус нової труби, тоді:

$$800\pi = \pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{800\pi}{\pi}} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$$

Знайдемо діаметр нової труби:

$$D = 2R = 2 \cdot 20\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \approx 56,6 \text{ см}$$

Відповідь: $\approx 56,6$ см

№3

Знайдіть площу круга, радіус якого на 7 см менший за діаметр.

Розв'язання:

Так як радіус на 7 см менший за діаметр, то різниця діаметра і радіуса дорівнює 7 см:

$$\left. \begin{array}{l} d - r = 7 \\ d = 2r \end{array} \right| \rightarrow 2r - r = 7 \rightarrow r = 7 \text{ см}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2 = 49\pi \text{ см}^2$$

Відповідь: $49\pi \text{ см}^2$

№4

Знайдіть площу круга, довжина кола якого дорівнює 22π см

Розв'язання:

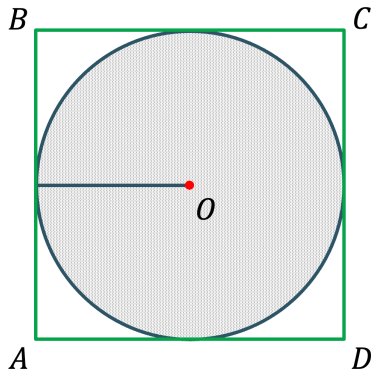
$$\left. \begin{array}{l} C = 2\pi R \\ C = 22\pi \text{ см} \end{array} \right| \rightarrow 2\pi R = 22\pi \rightarrow R = \frac{22\pi}{2\pi} = 11 \text{ см}$$

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot 11^2 = 121\pi \text{ см}^2$$

Відповідь: $121\pi \text{ см}^2$

Обчисліть площу круга, вписаного в квадрат, якщо довжина сторони квадрата дорівнює 8 см

Розв'язання:



Так як діаметр круга дорівнює довжині сторони квадрата, то його радіус дорівнює половині довжини сторони квадрата:

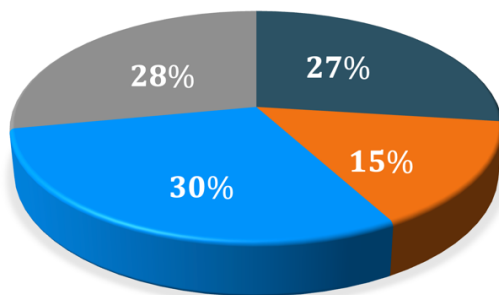
$$r = \frac{1}{2}AD = \frac{8}{2} = 4 \text{ см}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi \text{ см}^2$$

Відповідь: $16\pi \text{ см}^2$

Перед вами гістограма. Знайдіть площу сектора, що складає 30%, якщо радіус круга дорівнює 10 см

Розв'язання:



Знайдемо 30% від 360° :

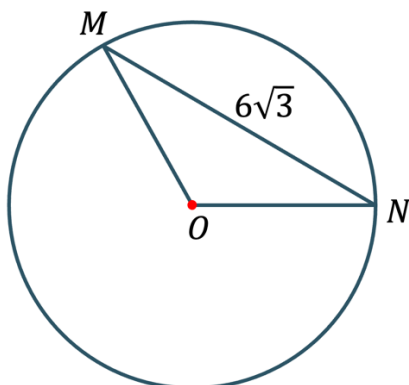
$$\left. \begin{array}{l} 360^\circ - 100\% \\ x - 30\% \end{array} \right| \rightarrow x = \frac{360^\circ \cdot 30\%}{100\%} = 108^\circ$$

$$S_{108^\circ} = \frac{\pi \cdot 100}{360^\circ} \cdot 108^\circ = 30\pi \text{ см}^2$$

Відповідь: $30\pi \text{ см}^2$

Кінці хорди завдовжки $6\sqrt{3}$ см ділять коло у відношенні 1:2. Знайдіть площі двох утворених сегментів.

Розв'язання:



Так як хорда ділить коло у відношенні 1:2, то вона його розбиває на 3 рівні частини, кожна з яких дорівнює градусній мірі центрального кута, що спирається на дану хорду MN , тому:

$$\angle MON = 360^\circ : 3 = 120^\circ$$

Щоб знайти площі утворених сегментів, нам необхідно знати радіус кола. Розглянемо рівнобедрений $\triangle MON$ ($MO = ON = R$):

За теоремою косинусів:

$$MN^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 120^\circ = 2R^2 + 2R^2 \cdot \frac{1}{2} = 3R^2$$

$$MN^2 = 3R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{MN^2}{3}} = \sqrt{\frac{(6\sqrt{3})^2}{3}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 3}{3}} = \sqrt{36} = 6 \text{ см}$$

Знайдемо площу $\triangle MON$:

$$S_{MON} = \frac{1}{2} MO \cdot ON \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Знайдемо площу меншого сегмента:

$$S_{120} = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot 120^\circ - S_{MON} = \frac{\pi \cdot 36}{360^\circ} \cdot 120^\circ - 9\sqrt{3} = 12\pi - 9\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Знайдемо площу іншого сегмента, що утворився:

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \text{ см}^2$$

$$S_2 = S_{\text{круга}} - S_{120} = 36\pi - (12\pi - 9\sqrt{3}) = 24\pi + 9\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Відповідь: $12\pi - 9\sqrt{3} \text{ см}^2$; $24\pi + 9\sqrt{3} \text{ см}^2$

V. Підсумок уроку

- Як знайти площу круга?
- Як довести теорему про площу круга?
- Що ми називаємо сектором?
- Що ми називаємо сегментом?
- Як знайти площу сектора?
- Як знайти площу сегмента?

VI. Домашнє завдання

Опрацювати §17

Виконати № 799, 803, 809, 815, 826