

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Формули для знаходження площі трикутника»

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

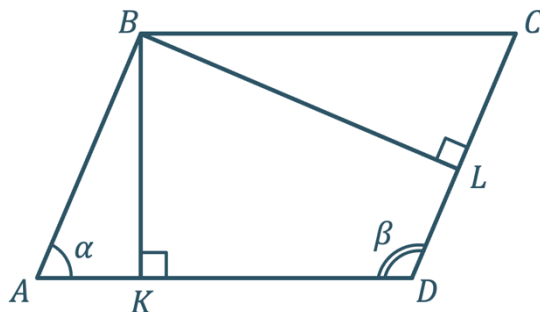
II. Актуалізація опорних знань

- Як знайти площу трикутника, якщо відомі дві сторони і кут між ними?
- Як знайти площу трикутника, якщо відомі три його сторони?
- Як знайти висоту трикутника, якщо відомі три його сторони?
- Як знайти площу трикутника за радіусом описаного кола?
- Як знайти площу трикутника за радіусом вписаного кола?
- Як знайти радіус вписаного і описаного кіл трикутника?

III. Розв'язування завдань

№1

Укажіть формули, за якими можна знайти площу паралелограма:



1) $S = AB \cdot BC \sin \alpha$

2) $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin \alpha$

3) $S = AB \cdot AD \sin \alpha$

4) $S = AD \cdot BK$

5) $S = CD \cdot BL$

6) $S = DA \cdot DC \sin \beta$

Відповідь: 3, 4, 5, 6

№2

m і n – сторони паралелограма, γ – кут між ними. Знайдіть площу паралелограма, якщо:

- 1) $m = 3$ см, $n = 5$ см, $\gamma = 45^\circ$
- 2) $m = 4$ см, $n = 12$ см, $\gamma = 120^\circ$

Розв'язання:

- 1) $m = 3$ см, $n = 5$ см, $\gamma = 45^\circ$

$$S = ab \sin \gamma$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7,5\sqrt{2} \text{ см}^2$$

- 2) $m = 4$ см, $n = 12$ см, $\gamma = 120^\circ$

$$\sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$$

$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$$

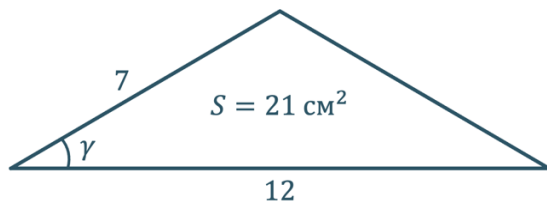
$$S = 4 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Відповідь: 1) $7,5\sqrt{2} \text{ см}^2$; 2) $24\sqrt{3} \text{ см}^2$

№3

Дві сторони гострокутного трикутника дорівнюють 7 см і 12 см, а його площа дорівнює 21 см^2 . Обчисліть кут між даними сторонами.

Розв'язання:



Дано:

$$a = 7 \text{ см}$$

$$b = 12 \text{ см}$$

$$S = 21 \text{ см}^2$$

Знайти:

$$\gamma = ?$$

Розв'язання:

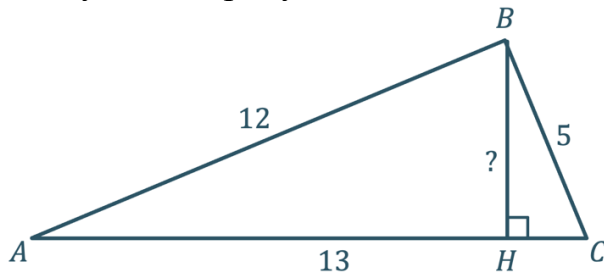
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$\sin \gamma = S \cdot \frac{ab}{2} = \frac{S \cdot 2}{ab} = \frac{21 \cdot 2}{7 \cdot 12} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

Так як трикутник гострокутний, то $\gamma = 30^\circ$

Відповідь: 30°

Довжини сторін трикутника дорівнюють 5 см, 12 см і 13 см. Обчисліть найменшу висоту цього трикутника.



Розв'язання:

➤ Яка висота у трикутнику є найменшою?

Найменшою висотою у трикутнику є та, що проведена до найбільшої сторони

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BH$$

$$BH = \frac{2S}{AC}$$

Знайдемо площу $\triangle ABC$ за формулою Герона:

$$p = \frac{5 + 12 + 13}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

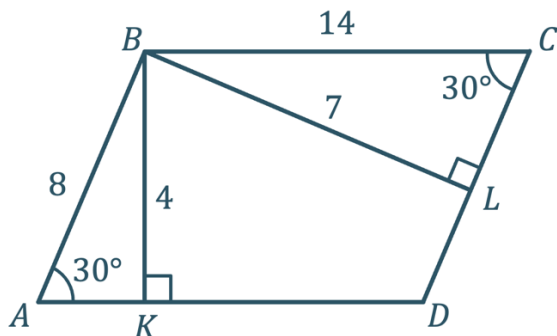
$$S = \sqrt{15(15 - 5)(15 - 12)(15 - 13)} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{900} = 30 \text{ см}^2$$

$$BH = \frac{2S}{AC} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13} = 4 \frac{8}{13} \text{ см}$$

Відповідь: $4 \frac{8}{13}$ см

Висоти паралелограма дорівнюють 4 см і 7 см, а кут між сторонами дорівнює 30° . Знайдіть площу паралелограма.

Розв'язання:



➤ Що ви вже знаєте про катет прямокутного трикутника, що лежить проти кута 30° ?

(Такий катет дорівнює половині гіпотенузи)

З $\triangle AKB$ ($\angle K = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$):

$$BK = \frac{1}{2} AB \rightarrow AB = 2BK = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

З $\triangle BLC$ ($\angle L = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$):

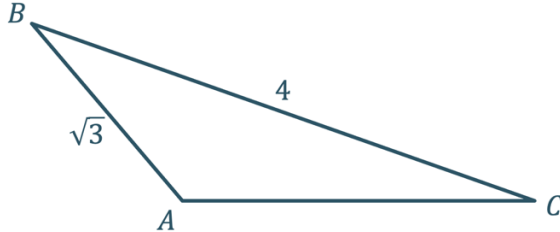
$$BL = \frac{1}{2} BC \rightarrow BC = 2BL = 2 \cdot 7 = 14 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot BK = 14 \cdot 4 = 56 \text{ см}^2$$

Відповідь: 56 см^2

№6

В трикутнику ABC довжини сторін AB і BC дорівнюють $\sqrt{3}$ см і 4 см. Обчисліть радіус описаного кола навколо цього трикутника, якщо його площа дорівнює $\sqrt{3} \text{ см}^2$



Розв'язання:

Знайдемо $\angle B$ $\triangle ABC$ за допомогою формули площі:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$\sin B = S_{ABC} \cdot \frac{AB \cdot BC}{2} = S_{ABC} \cdot \frac{2}{AB \cdot BC} = \frac{2S_{ABC}}{AB \cdot BC} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\angle B = 30^\circ$$

Знайдемо сторону AC за теоремою косинусів:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{3 + 16 - 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{19 - 12} = \sqrt{7} \text{ см}$$

Далі радіус описаного кола можна знайти двома способами, або за теоремою синусів, або за допомогою формули площі трикутника через радіус описаного кола.

I спосіб

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}$$

$$R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{7}}{4 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{7} \text{ см}$$

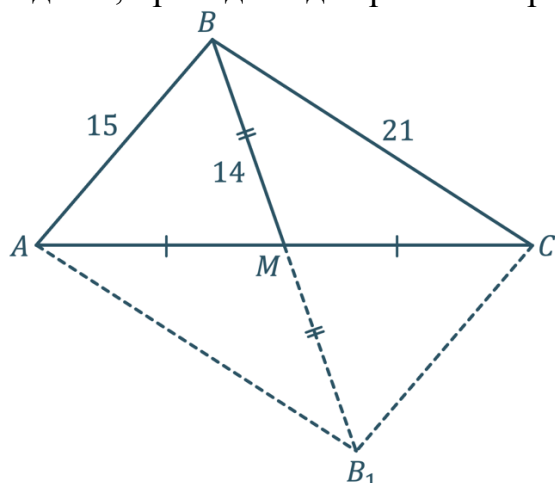
II спосіб

$$\frac{AC}{\sin B} = 2R$$

$$R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{\sqrt{7}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7} \text{ см}$$

Відповідь: $\sqrt{7} \text{ см}$

Знайдіть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 15 см і 21 см, а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 14 см.



Розв'язання:

Продовжимо відрізок BM і відкладемо на ньому відрізок $MB_1 = BM$.

Розглянемо чотирикутник $ABCB_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AM = MC \left(\begin{array}{c} \text{за} \\ \text{умовою} \end{array} \right) \\ BM = MB_1 \left(\begin{array}{c} \text{за} \\ \text{побудовою} \end{array} \right) \end{array} \right| \rightarrow ABCB_1 - \begin{array}{l} \text{паралелограм} \\ \text{за ознакою} \end{array}$$

$ABCB_1$ – паралелограм, отже у нього протилежні сторони попарно паралельні і рівні, тому:

$$BC = AB_1$$

Розглянемо $\triangle AMB_1$ і $\triangle BMC$:

$$\left. \begin{array}{l} AM = MC \left(\begin{array}{c} \text{за} \\ \text{умовою} \end{array} \right) \\ BM = MB_1 \left(\begin{array}{c} \text{за} \\ \text{побудовою} \end{array} \right) \\ BC = AB_1 \left(\begin{array}{c} \text{за} \\ \text{доведенням} \end{array} \right) \end{array} \right| \rightarrow \triangle AMB_1 = \triangle BMC \left(\begin{array}{c} \text{за трьома} \\ \text{сторонами} \end{array} \right)$$

$$\triangle AMB_1 = \triangle BMC \rightarrow S_{BMC} = S_{AMB_1} \rightarrow S_{ABC} = S_{ABCB_1}$$

Знайдемо площу трикутника $ABCB_1$ за теоремою Герона:

$$p = \frac{15 + 21 + 28}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

$$S_{ABCB_1} = \sqrt{32(32 - 15)(32 - 21)(32 - 28)} = \sqrt{32 \cdot 17 \cdot 11 \cdot 4} = \sqrt{23936} = 8\sqrt{374} \approx 154,7 \text{ см}^2$$

Відповідь: $\approx 154,7 \text{ см}^2$

IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §14

Виконати №627, 631, 636, 644