

Тема: Розв'язування трикутників. Прикладні задачі.

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання та навички, застосовувати їх для розв'язування прикладних задач; правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Які співвідношення ми використовуємо, щоб розв'язати трикутник?
- За якою теоремою ми можемо розв'язати трикутник, якщо в ньому відомо:
 - А) Три сторони і кут між ними
 - Б) Дві сторони і кут, протилежний одній з них
 - С) Сторона і прилеглі до неї кути
- Чи за будь-якими відомими трьома елементами трикутника, можна знайти його інші елементи? (*Трикутник не можливо розв'язати, якщо відомо тільки три його кути і не відома жодна сторона*)

III. Розв'язування завдань

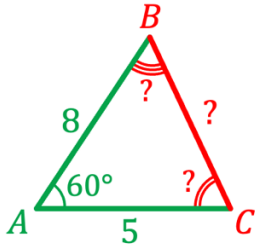
Невідомі сторони знаходити будемо з точністю до сотих сантиметра, кути в разі використання калькулятора – з точністю до мінути або з точністю до градуса у разі використання таблиць

№1

Розв'яжіть $\triangle ABC$ за двома сторонами і кутом між ними

- 1) $AB = 8$ см, $AC = 5$ см, $\angle A = 60^\circ$
- 2) $AC = 6$ см, $BC = 7$ см, $\angle C = 47^\circ$
- 3) $AB = 9$ см, $AC = 10$ см, $\angle A = 124^\circ$
- 4) $AB = 7$ см, $BC = 9$ см, $\angle B = 114^\circ$

Розв'язання:



1

За теоремою косинусів:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A}$$
$$BC = \sqrt{8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{89 - 40} = \sqrt{49}$$
$$= 7 \text{ см}$$

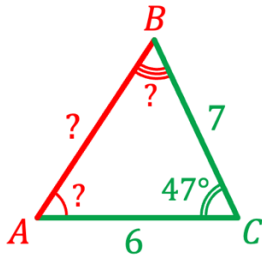
За наслідком з теореми косинусів:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{8^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{64 + 49 - 25}{112} = \frac{88}{112} = \frac{11}{14}$$
$$\angle B \approx 38^\circ 12'$$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \approx 180^\circ - 98^\circ 12' \approx 81^\circ 48'$$

Відповідь: $BC = 7$ см, $\angle B \approx 38^\circ 12'$, $\angle C \approx 81^\circ 48'$



2

За теоремою косинусів:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C}$$
$$AB \approx \sqrt{6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 0,6810} \approx \sqrt{85 - 57,2}$$
$$\approx \sqrt{27,8} \approx 5,27 \text{ см}$$

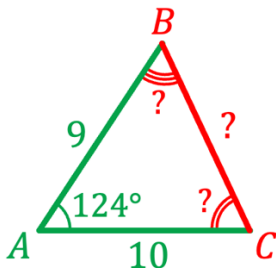
За наслідком з теореми косинусів:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} \approx \frac{5,27^2 + 7^2 - 6^2}{2 \cdot 5,27 \cdot 7} \approx \frac{27,77 + 49 - 36}{73,78} \approx \frac{40,77}{73,78}$$
$$\approx 0,5526$$
$$\angle B \approx 56^\circ 27'$$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \approx 180^\circ - 103^\circ 27' \approx 76^\circ 33'$$

Відповідь: $AB \approx 5,27$ см, $\angle B \approx 56^\circ 27'$, $\angle C \approx 76^\circ 33'$



3

За теоремою косинусів:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A}$$
$$BC \approx \sqrt{9^2 + 10^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot (-0,5592)}$$
$$\approx \sqrt{181 + 100,66} \approx \sqrt{281,66} \approx 16,78 \text{ см}$$

За наслідком з теореми косинусів:

$$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} \approx \frac{10^2 + 16,78^2 - 9^2}{2 \cdot 10 \cdot 16,78} \approx \frac{100 + 281,57 - 81}{335,6}$$

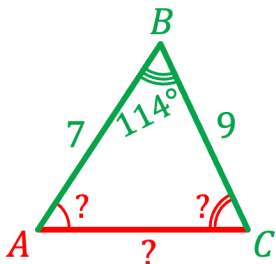
$$\approx \frac{300,57}{335,6} \approx 0.8956$$

$$\angle C \approx 26^\circ 24'$$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) \approx 180^\circ - 150^\circ 24' \approx 29^\circ 36'$$

Відповідь: $BC \approx 5.27$ см, $\angle B \approx 29^\circ 36'$, $\angle C \approx 26^\circ 24'$



4

За теоремою косинусів:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B}$$

$$AC \approx \sqrt{7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot (-0,4067)} \approx \sqrt{130 + 51,24}$$

$$\approx \sqrt{181,24} \approx 13,46 \text{ см}$$

За наслідком з теореми косинусів:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} \approx \frac{7^2 + 13,46^2 - 9^2}{2 \cdot 7 \cdot 13,46} \approx \frac{49 + 181,17 - 81}{188,44} \approx \frac{149,17}{188,44}$$

$$\approx 0.7916$$

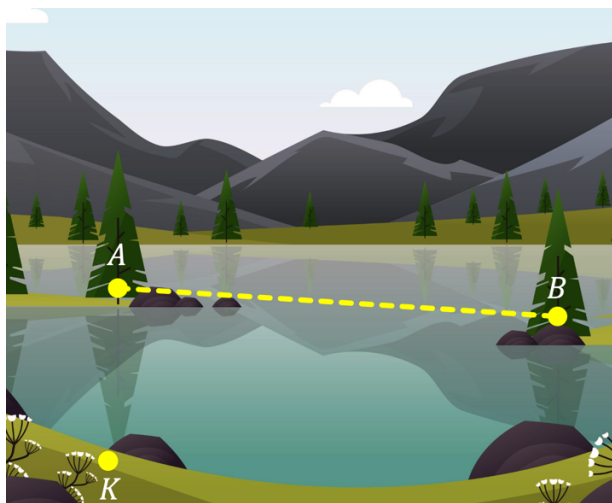
$$\angle A \approx 37^\circ 39'$$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \approx 180^\circ - 151^\circ 39' \approx 28^\circ 21'$$

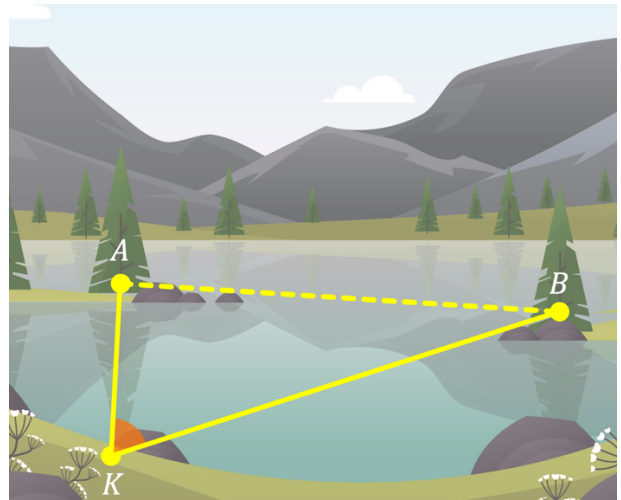
Відповідь: $AC \approx 13,46$ см, $\angle A \approx 37^\circ 39'$, $\angle C \approx 28^\circ 21'$

№2



Ви знаходитесь у точці K . Поясніть, як за допомогою дальноміра (прилад для знаходження відстані до об'єкта без безпосередніх вимірювань на місцевості) і астролябії (прилад, за допомогою якого можна вимірювати кути) дізнатися, більшою чи меншою за 45 м є відстань між двома недоступними точками A і B ?

Нехай за вимірами $KA = 47$ м, $KB = 58$ м, $\angle AKB = 50^\circ$. Дайте відповідь на запитання.



Розв'язання:

За теоремою косинусів:

$$AB = \sqrt{KA^2 + KB^2 - 2 \cdot KA \cdot KB \cdot \cos K} = \sqrt{47^2 + 58^2 - 2 \cdot 47 \cdot 58 \cdot 0,6428} \\ = \sqrt{2209 + 3364 - 3504,55} = \sqrt{2068,45} \approx 45,48$$

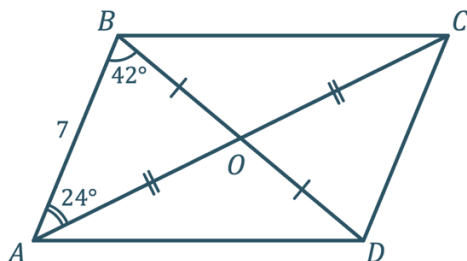
Отже $AB > 45$

Відповідь: $AB > 45$

№3

Сторона паралелограма дорівнює 6 см і утворює з діагоналями паралелограма кути 27° і 42° . Знайдіть другу сторону і кути паралелограма.

Розв'язання:



➤ Що ми вже знаємо про діагоналі паралелограма?

Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл, отже:
 $AO = OC$

З $\triangle AOB$ за теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle AOB = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \\ = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$

З $\triangle AOB$ за теоремою синусів:

$$\frac{AO}{\sin B} = \frac{AB}{\sin O} \rightarrow AO = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin O} = \frac{7 \cdot 0,6692}{0,9135} \approx 5,13$$

Так як $AO = OC$, то $AC = 2AO \approx 2 \cdot 5,13 \approx 10,26$

З $\triangle ABC$ за теоремою косинусів:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{49 + 105,27 - 143,64 \cdot 0,9114} \\ = \sqrt{154,27 - 130,92} = \sqrt{23,35} \approx 4,8 \text{ см}$$

За теоремою про властивість суміжних кутів:

$$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

З $\triangle ABC$ за наслідком з теореми косинусів:

$$\cos C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC} \approx \frac{23,04 + 105,27 - 49}{98,49} \approx 0,8053$$

$$\angle C \approx 36^\circ 21'$$

З $\triangle BOC$ за теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle CBO = 180^\circ - (\angle BOC + \angle BCO) \approx 180^\circ - 102^\circ 21' \approx 77^\circ 39'$$

За основною властивістю вимірювання кутів:

$$\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC \approx 42^\circ + 77^\circ 39' \approx 119^\circ 39'$$

$$\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ \left(\begin{array}{l} \text{Як внутрішні односторонні кути} \\ \text{при } AD \parallel BC \text{ і січній } AB \end{array} \right)$$

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC \approx 180^\circ - 119^\circ 39' \approx 60^\circ 21'$$

За властивістю кутів паралелограма:

$$\angle BAD = \angle BCD \approx 60^\circ 21'$$

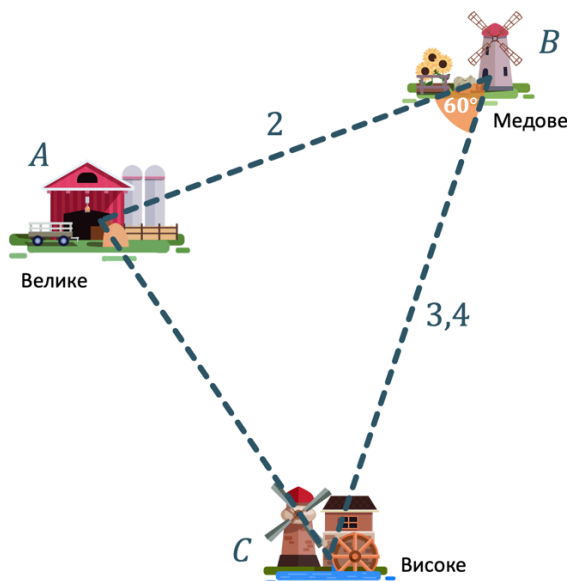
$$\angle ABC = \angle CDA \approx 119^\circ 39'$$

Відповідь: 4,8 см; $60^\circ 21'$; $119^\circ 39'$

№4

Між селами Велике, Медове і Високе вирішили заасфальтувати дороги. Відстань між великим і Медовим дорівнює 2 км, між Медовим і Високим – 3,4 км, а відрізок дороги між Великим і Високим видно з медового під кутом 60° . Бригада, що буде працювати, може асфальтувати 0,4 км дороги в день. Чи встигне бригада впоратися до приїзду комісії, якщо роботи розпочато 22 липня, а комісія приїздить 8 серпня?

Розв'язання:



Знайдемо відстань між Великим і Високим:

З $\triangle ABC$ за теоремою косинусів:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} \\ &= \sqrt{4 + 11,56 - 6,8} \\ &\approx 2,96 \text{ км} \end{aligned}$$

Загальна довжина дороги, яку необхідно асфальтувати бригаді, дорівнює периметру $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned} P_{\triangle ABC} &= AB + BC + AC \\ &= 2 + 3,4 + 2,96 \\ &= 8,36 \text{ км} \end{aligned}$$

Так як комісія вже приїде 8 серпня, то на виконання у бригади є 17 днів. За 17 днів бригада встигне асфальтувати:

$$17 \cdot 0,4 = 6,8 \text{ км дороги}$$

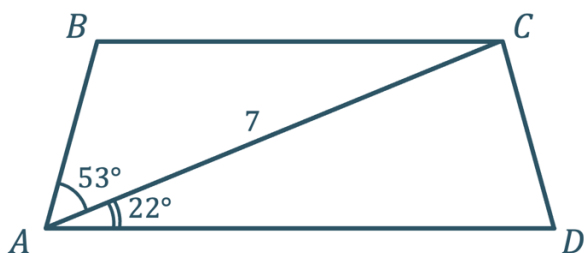
Отже бригада не встигне виконати роботу до приїзду комісії.

Відповідь: не встигне

№5

AD і BC – основи рівнобічної трапеції $ABCD$, $AC = 7$ см, $\angle BAC = 53^\circ$, $\angle CAD = 22^\circ$. Знайдіть сторони і кути трапеції.

Розв'язання:



➤ Що ви вже знаєте про внутрішні односторонні кути, утворені при перетині двох паралельних прямих січною?

Ці кути є рівними, тому:
 $\angle CAD = \angle BCA = 22^\circ$

Розглянемо $\triangle ABC$:

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

За теоремою синусів:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{7 \cdot 0,3746}{0,9659} \approx 2,72 \text{ см}$$

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{7 \cdot 0,7986}{0,9659} \approx 5,78 \text{ см}$$

За основною властивістю вимірювання кутів:

$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 53^\circ + 22^\circ = 75^\circ$$

Так як трапеція $ABCD$ – рівнобічна, то кути при основах є рівними, отже:

$$\angle BAD = \angle CDA = 75^\circ$$

$$\angle ABC = \angle BCD = 105^\circ$$

$$AB = CD \approx 2,72 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle ACD$:

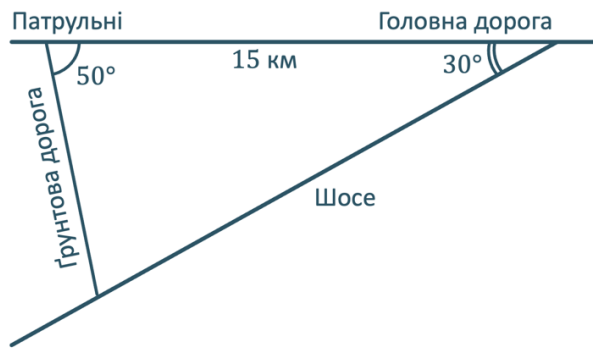
За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle D) = 180^\circ - 97^\circ = 83^\circ$$

За теоремою синусів:

$$\frac{AC}{\sin D} = \frac{AD}{\sin C} \rightarrow AD = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin D} = \frac{7 \cdot 0,9925}{0,9659} \approx 7,19 \text{ см}$$

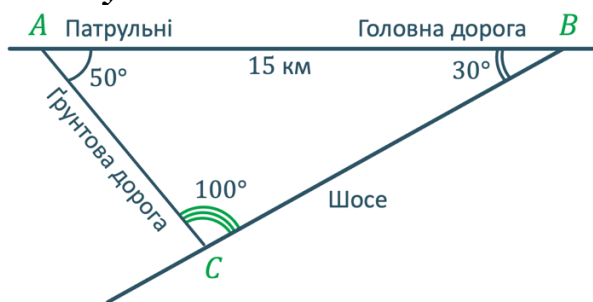
Відповідь: 75° ; 105° ; $\approx 2,72$ см; $\approx 7,19$ см



О 7:00 порушник правил дорожнього руху повернув з головної дороги і помчав уздовж шосе зі швидкістю 170 км/год.

О 7:01 екіпаж патрульної поліції отримав наказ затримати порушника й помчав йому напереріз грунтовою дорогою зі швидкістю 85 км/год. Чи встигнуть патрульні зупинити порушника на перехресті шосе і грунтової дороги? Чи варто одразу викликати вертоліт для допомоги?

Розв'язування:



Знайдемо відстань, яку необхідно подолати патрульним:

З $\triangle ABC$ за теоремою про суму кутів трикутника:

$$\begin{aligned}\angle C &= 180^\circ - (\angle A + \angle B) \\ &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ\end{aligned}$$

За теоремою косинусів:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{15 \cdot 0,5}{0,9848} \approx 7,62 \text{ км}$$

Знайдемо відстань від головної дороги до грунтової через шосе:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{15 \cdot 0,7660}{0,9848} \approx 11,67 \text{ км}$$

Дізнаємося, за який час подолають відстань 7,62 км патрульні:

$$\begin{aligned}t_{\text{патрульні}} &= l_{\text{патрульні}} : v_{\text{патрульні}} = 7,62 : 85 \approx 0,09 \text{ год} \\ 0,09 \text{ год} &= 0,09 \cdot 60 \text{ хв} \approx 5,4 \text{ хв}\end{aligned}$$

Дізнаємося, за який час порушник подолає відстань від головної дороги до грунтової по шосе:

$$\begin{aligned}t_{\text{порушник}} &= l_{\text{порушник}} : v_{\text{порушник}} = 11,67 : 170 \approx 0,07 \text{ год} \\ 0,07 \text{ год} &= 0,07 \cdot 60 \text{ хв} \approx 4,2 \text{ хв}\end{aligned}$$

Так як патрульні опиняться в точці C о 7 год 6,4 хв, а порушник мине цю точку о 7 год 4,2 хв, то патрульні не встигнуть зупинити порушника і необхідно надати ще один наказ, що допоможе затримати порушника.

Відповідь: екіпаж не встигне затримати порушника на перехресті, тому необхідно одразу викликати вертоліт для допомоги.

IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §13

Виконати № 582, 588, 595, 600