

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Теорема синусів»

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

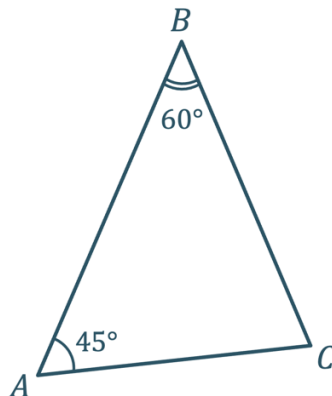
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Розв'язування завдань

№1

Знайдіть відношення сторони BC до AC трикутника ABC , якщо в цьому трикутнику $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

Розв'язання:



За теоремою синусів:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

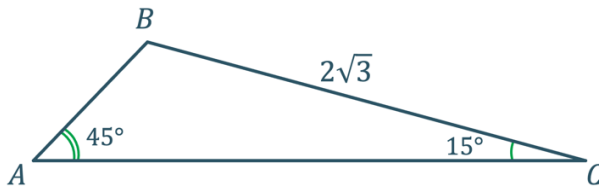
Використаємо властивості пропорції:

$$\begin{aligned} \frac{BC}{AC} &= \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

Відповідь: $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Знайдіть сторону AC трикутника ABC , якщо $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 45^\circ$ і $\angle C = 15^\circ$

Розв'язання:



За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\begin{aligned}\angle B &= 180^\circ - (\angle A + \angle C) \\ &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ\end{aligned}$$

За теоремою синусів:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$

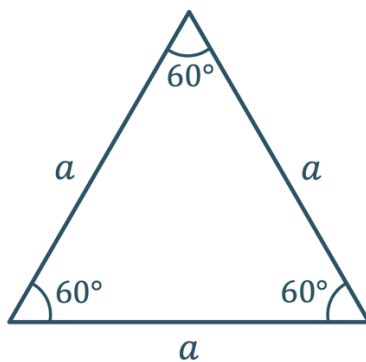
$$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ см}$$

Відповідь: $3\sqrt{2}$ см

За допомогою наслідка з теореми синусів знайдіть радіус кола, описаного навколо:

- 1) Рівностороннього трикутника, сторона якого дорівнює a
- 2) Прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює c

Розв'язання:



- 1) Рівностороннього трикутника, сторона якого дорівнює a

➤ Що ви вже знаєте про рівносторонній трикутник?
(У рівностороннього трикутника всі сторони і кути рівні)

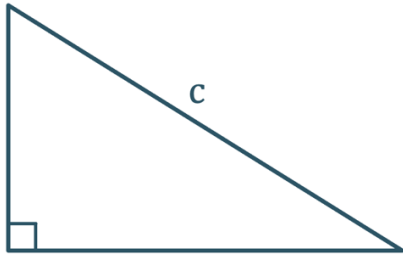
За узагальненою теоремою синусів:

$$\frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R$$

$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R$$

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} = 2R$$

$$R = \frac{2a}{\sqrt{3}} : 2 = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



2) Прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює c

За узагальненою теоремою синусів:

$$\frac{c}{\sin 90^\circ} = 2R$$

$$\frac{c}{1} = 2R$$

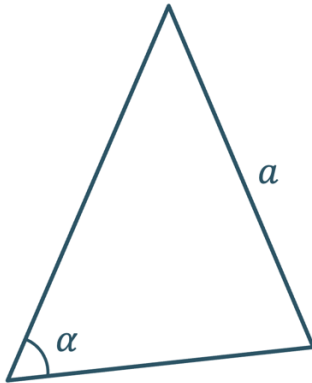
$$R = \frac{c}{2}$$

Відповідь: 1) $\frac{a}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{c}{2}$

№4

Сторона трикутника відноситься до радіуса описаного навколо трикутника кола як $\sqrt{2}:1$. Знайдіть кут, що лежить проти цієї сторони.

Розв'язання:



За узагальненою теоремою синусів:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

За умовою:

$$\frac{a}{R} = \frac{\sqrt{2}}{1} \rightarrow a = R\sqrt{2}$$

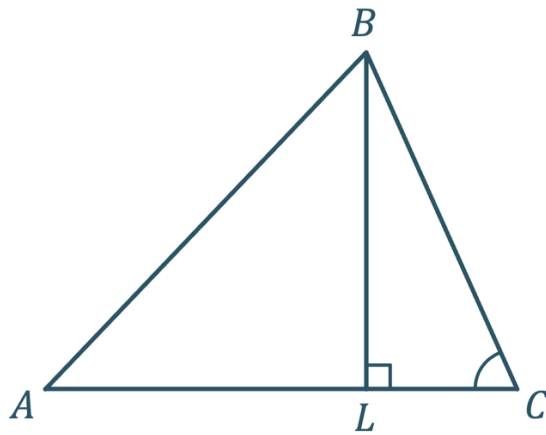
$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \\ a = R\sqrt{2} \end{array} \right| \rightarrow \frac{R\sqrt{2}}{\sin \alpha} = 2R \rightarrow \sin \alpha = \frac{R\sqrt{2}}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ \text{ або } \alpha = 135^\circ$$

Відповідь: $\alpha = 45^\circ$ або $\alpha = 135^\circ$

№5

ABC – гострокутний трикутник. Довжини сторін AB і BC дорівнюють 10 см і 18 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника AB , якщо висота, проведена з вершини B , дорівнює 6 см.

Розв'язання:



Розглянемо прямокутний $\triangle BLC$:

$$\sin C = \frac{BL}{BC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

За узагальненою теоремою синусів:

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R$$

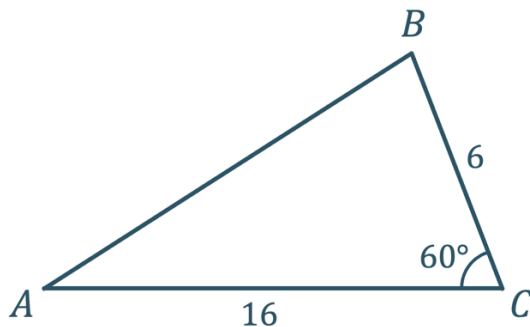
$$R = \frac{AB}{2 \sin C} = \frac{10}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 10 \cdot \frac{3}{2} = 15 \text{ см}$$

Відповідь: 15 см

№6

Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 16 см, а кут між ними - 60° . Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника.

Розв'язання:



За теоремою косинусів:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$$

$$AB^2 = 256 + 36 - 2 \cdot 16 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AB^2 = 292 - 96 = 196$$

$$AB = 14$$

За узагальненою теоремою синусів:

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R$$

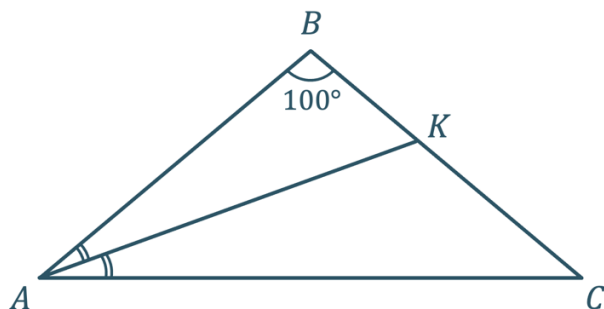
$$R = \frac{AB}{2 \sin C} = \frac{14}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3} \text{ см}$$

Відповідь: $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ см

№7

ABC – рівнобедрений трикутника з основою AC , відрізок AK – його бісектриса. Знайдіть довжину цієї бісектриси, якщо $AC = 10$, $\angle ABC = 100^\circ$

Розв'язання:



$\triangle ABC$ – рівнобедрений, отже за теоремою про суму кутів трикутника:

$$\begin{aligned}\angle BAC = \angle BCA &= \frac{180^\circ - \angle ABC}{2} \\ &= \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ\end{aligned}$$

AK – бісектриса, отже:

$$\begin{aligned}\angle BAK = \angle KAC &= \frac{\angle BAC}{2} = \frac{40^\circ}{2} \\ &= 20^\circ\end{aligned}$$

З $\triangle AKC$ за теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle K = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

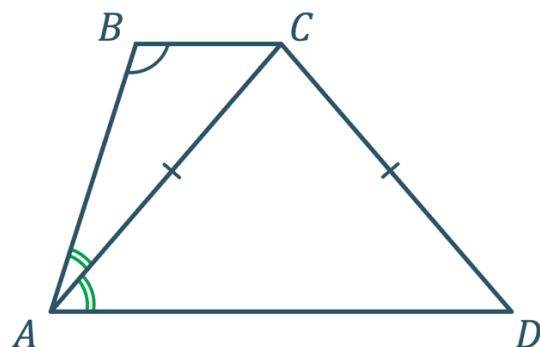
За теоремою синусів:

$$\begin{aligned}\frac{AC}{\sin K} &= \frac{AK}{\sin C} \rightarrow AK = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin K} = \frac{10 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 120^\circ} \approx \frac{10 \cdot 0,6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

Відповідь: $4\sqrt{3}$

№8

AD і BC – основи трапеції $ABCD$ з діагоналлю AC , що розміщена на бісектрисі кута A . Обчисліть довжину діагоналі AC , якщо $AC = CD$, $AD = 12$ см, $\angle ABC = 150^\circ$



Дано:

$ABCD$ – трапеція;

$AD \parallel BC$

AC – бісектриса

$AC = CD$

$AD = 12$ см

$\angle ABC = 150^\circ$

Розв'язання:

$\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ (як сума кутів при $AD \parallel BC$ і січній AB)

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

Так як AC – бісектриса, то:

$$\angle BAC = \angle CAD = \frac{\angle BAD}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

Розглянемо $\triangle ACD$:

$AC = CD$ (за умовою) $\rightarrow \triangle ACD$ – рівнобедрений $\rightarrow \angle CAD = \angle CDA = 15^\circ$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle ACD = 180^\circ - (\angle CAD + \angle CDA) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

За теоремою синусів:

$$\frac{AD}{\sin C} = \frac{AC}{\sin D}$$
$$AC = \frac{AD \cdot \sin D}{\sin C} \approx \frac{12 \cdot 0,26}{0,5} \approx 6,24$$

Відповідь: $\approx 6,24$

III. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

IV. Домашнє завдання

Повторити §12

Виконати №548, 552, 556, 562, 564