

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Скалярний добуток векторів»

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Що ми називаємо скалярним добутком векторів заданих своїми координатами?
- Що ми називаємо скалярним квадратом вектора? Чому він дорівнює?
- Що ми називаємо кутом між векторами $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$?
- Як знайти скалярний добуток векторів, якщо відомі їх довжини і кут між ними?
- Сформулюйте ознаку і властивість перпендикулярних векторів
- Як знайти косинус кута між векторами?

III. Розв'язування завдань

№1

Знайдіть $\vec{m}^2$, якщо:

- 1) $\vec{m}(-3; -1)$
- 2) $\vec{m}(2; 1)$

Розв'язання:

Так як $m^2 = |\vec{m}|^2$

- 1) $|\vec{m}|^2 = \left(\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}\right)^2 = 9 + 1 = 10$
- 2) $|\vec{m}|^2 = \left(\sqrt{2^2 + 1^2}\right)^2 = 4 + 1 = 5$

Відповідь: 1) 10; 2) 5

Доведіть, що вектори $\vec{m}(4; 40)$ і $\vec{n}(-10; 1)$ взаємно перпендикулярні.

Доведення:

За наслідком з теореми про скалярний добуток векторів:

Якщо $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$, то $\vec{m} \perp \vec{n}$:

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = -40 + 40 = 0$$

Отже $\vec{m} \perp \vec{n}$

Доведено

Чи є взаємно перпендикулярними вектори $\vec{m}$ і $\vec{n}$, якщо:

1) $\vec{m}(7; 1)$, $\vec{n}(-1; -7)$

2) $\vec{m}(2; 6)$, $\vec{n}(-21; 7)$

Розв'язання:

За наслідком з теореми про скалярний добуток векторів:

Якщо $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$, то $\vec{m} \perp \vec{n}$:

1) $\vec{m}(7; 1)$, $\vec{n}(-1; -7)$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = -7 + (-7) = -14$$

Отже, вектори $\vec{m}$ і $\vec{n}$ не взаємно перпендикулярні.

2) $\vec{m}(2; 6)$, $\vec{n}(-21; 7)$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = -42 + 42 = 0$$

Отже $\vec{m} \perp \vec{n}$

Відповідь: 1) Ні; 2) Так;

Знайдіть кут між векторами:

1) $\vec{m}(2; 2)$, $\vec{n}(3; 0)$

2) $\vec{a}(1; 2)$ і $\vec{b}\left(1; -\frac{1}{2}\right)$

Розв'язання:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|}$$

1) $\vec{m}(2; 2)$, $\vec{n}(3; 0)$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{2 \cdot 3 + 2 \cdot 0}{\sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + 0^2}} = \frac{6}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{9}} = \frac{6}{3 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 45^\circ$$

2) $\vec{a}(1; 2)$ і $\vec{b}\left(1; -\frac{1}{2}\right)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 1 = 0$$

Так як $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, то $\vec{a} \perp \vec{b}$. Отже $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$

Відповідь: 1) 45° ; 2) 90°

Відомо, що $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а вектори $\vec{a} + 2\vec{b}$ і $\vec{a}$ взаємно перпендикулярні. Знайдіть кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

Розв'язання:

Так як $\vec{a} + 2\vec{b}$ і $\vec{a}$ взаємно перпендикулярні, то їх скалярний добуток дорівнює нулю. Тому:

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$= 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0$$

$$1 + 2 \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0$$

$$2 \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = -1$$

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$$

Відповідь: $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

Знайдіть координати вектора $\vec{m}$, колінеарного вектору $\vec{n}(-3; 7)$, якщо $\vec{m} \cdot \vec{n} = 232$

Розв'язання:

Так як вектори $\vec{m}$ і $\vec{n}$ колінеарні, то їх координати пропорційні.

Нехай $\vec{m}(-3k; 7k)$, тоді:

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = -3k \cdot (-3) + 7k \cdot 7 = 9k + 49k = 58k$$

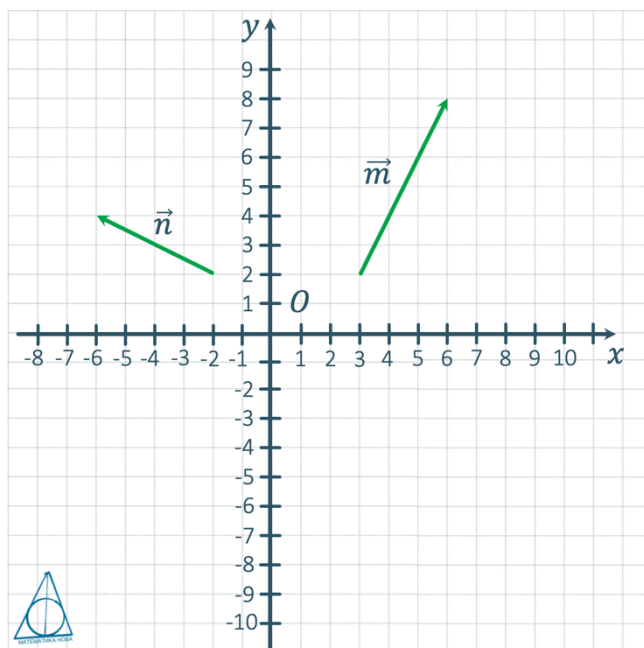
Тоді:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{m} \cdot \vec{n} = 58k \\ \vec{m} \cdot \vec{n} = 232 \end{array} \right| \rightarrow 58k = 232 \rightarrow k = 4$$

Отже:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{m}(-3k; 7k) \\ k = 4 \end{array} \right| \rightarrow \vec{m}(-12; 28)$$

Відповідь: $\vec{m}(-12; 28)$



Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{m}$ і $\vec{n}$, що зображені на рисунку

Розв'язання:

$$\vec{m} = \overrightarrow{(6 - 3; 8 - 2)} = \overrightarrow{(3; 6)}$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{(-6 - (-2); 4 - 2)} = \overrightarrow{(-4; 2)}$$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = 3 \cdot (-4) + 6 \cdot 2 = -12 + 12 = 0$$

Відповідь: $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$

Знайдіть координати вектора $\vec{a}$, перпендикулярного до вектора $\vec{b}(-2; 1)$, якщо $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$

Розв'язання:

Нехай:

$$\vec{a}(x; y)$$

Тоді:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x \cdot (-2) + y \cdot 1 = -2x + y$$

$$\text{Так як } \vec{a} \perp \vec{b}, \text{ то } -2x + y = 0 \rightarrow y = 2x$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a}(x; y) \\ y = 2x \end{array} \right| \rightarrow \vec{a}(x; 2x)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5x^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Так як $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$, то:

$$\sqrt{5x^2} = 3\sqrt{5}$$

$$5x^2 = 9 \cdot 5$$

$$x^2 = \frac{45}{5} = 9$$

$$x = 3 \text{ або } x = -3$$

$$\vec{a}(3; 6) \qquad \vec{a}(x; 2x) \qquad \vec{a}(-3; -6)$$

або

Відповідь: $\vec{a}(3; 6)$ або $\vec{a}(-3; -6)$

IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §10

Виконати №397, 408, 419, 424, 426, 428