

Самостійна робота «Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами»

I Варіант

1. (1 б) Знайдіть відстань від початку координат до точки перетину прямої $2x + y + 8 = 0$ з віссю абсцис.

1) 2

2) -2

3) 4

4) -4

Розв'язання:

Нехай:

$(x; 0)$ – координати точки перетину прямої $2x + y + 8 = 0$ з віссю абсцис

Тоді:

$$2 \cdot x + 0 + 8 = 0$$

$$2x = -8$$

$$x = -4$$

Відповідь: 4

2. (1 б) Коло з центром $(1; -3)$ і радіусом 3 задається рівнянням:

1) $(x + 1)^2 + (x - 9)^2 = 9$

2) $(x + 1)^2 + (x - 3)^2 = 9$

3) $(x - 1)^2 + (x + 9)^2 = 9$

4) $(x - 1)^2 + (x + 3)^2 = 9$

Розв'язання:

У прямокутній системі координат рівняння кола радіуса r із центром у точці $M(a; b)$ має вигляд $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, отже:

$(x - 1)^2 + (x + 3)^2 = 9$ – рівняння кола з центром $(1; -3)$ і радіусом 3

Відповідь: 4) $(x - 1)^2 + (x + 3)^2 = 9$

3. (1 б) Дано пряму $y = -\frac{5}{7}x + 8$

Серед прямих:

а) $5x + 7y - 56 = 0$

г) $5x - 7y - 56 = 0$

б) $5x + 7y + 56 = 0$

д) $y = 0,7x + 4$

в) $5x - 7y + 56 = 0$

знайдіть всі пари прямих, які паралельні даній прямій.

1) а, б

2) в, г

3) д

4) б

5) в

Розв'язання:

Прямі $y = k_1x + l_1$ і $y = k_2x + l_2$ паралельні тоді і тільки тоді, коли $k_1 = k_2$

а. $5x + 7y - 56 = 0$

$$7y = -5x + 56$$

$$y = -\frac{5}{7}x + 8$$

Прямі збігаються, отже не паралельні.

$$б. 5x + 7y + 56 = 0$$

$$7y = -5x - 56$$

$$y = -\frac{5}{7}x - 8$$

Прямі паралельні

$$в. 5x - 7y + 56 = 0$$

$$7y = 5x + 56$$

$$y = \frac{5}{7}x + 8$$

Прямі не паралельні

$$г. 5x - 7y - 56 = 0$$

$$7y = 5x - 56$$

$$y = \frac{5}{7}x - 8$$

Прямі не паралельні

$$д. y = 0,7x + 4$$

Прямі не паралельні

Відповідь: 4) б

4. (2 б) Запишіть рівняння прямої, що проходить через точку $M(-4; 3)$ і середину відрізка AB , якщо $A(4; 1)$ і $B(-4; 1)$

Розв'язання:

Знайдемо середину відрізка AB , для цього скористаємося формулою координат середини відрізка:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Нехай C – середина відрізка AB , тоді:

$$x_c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

$$y_c = \frac{1 + 1}{2} = 1$$

$$C(0; 1)$$

Запишемо рівняння прямої, що проходить через точки $M(-4; 3)$ і $C(0; 1)$, для цього скористаємося формулою рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$\frac{x - (-4)}{0 - (-4)} = \frac{y - 3}{1 - 3}$$

$$\begin{aligned}\frac{x+4}{4} &= \frac{y-3}{-2} \\ -2 \cdot (x+4) &= 4 \cdot (y-3) \\ -2x-8 &= 4y-12 \\ 2x+4y-4 &= 0\end{aligned}$$

Відповідь: $2x + 4y - 4 = 0$

5. (2 б) Запишіть рівняння прямої, що проходить через початок координат і паралельна прямій $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$

1) $5x + 3y = 0$

2) $5x - 3y = 0$

3) $3x + 5y = 0$

4) $3x - 5y = 0$

Розв'язання:

Прямі $y = k_1x + l_1$ і $y = k_2x + l_2$ паралельні тоді і тільки тоді, коли $k_1 = k_2$.
Спростимо дане за умовою рівняння:

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} - \frac{y}{5} &= 1 \quad | \cdot 3 \\ x - \frac{3}{5}y &= 3 \quad | \cdot 5 \\ 5x - 3y &= 15\end{aligned}$$

Отже, шукане рівняння повинно мати кутовий коефіцієнт $k = 5$ і коефіцієнт біля $y - 3$, а також задовольняти координати початку центру координат $(0; 0)$. Тому шукане рівняння:

$$5x - 3y = 0$$

Відповідь: 2) $5x - 3y = 0$

6. (2 б) Знайдіть довжину відрізка прямої $5x + 3y = 15$, всі точки якого мають невід'ємні абсциси і ординати та побудуйте цей відрізок.

Розв'язання:

Знайдемо координати точки перетину даної прямої з віссю ординат, в такому випадку $x = 0$, тоді:

$$5 \cdot 0 + 3y = 15$$

$$3y = 15$$

$$y = 5$$

$M(0; 5)$ – точка перетину прямої $5x + 3y = 15$ з віссю ординат;

Знайдемо координати точки перетину даної прямої з віссю абсцис, в такому випадку $y = 0$, тоді:

$$5x + 3 \cdot 0 = 15$$

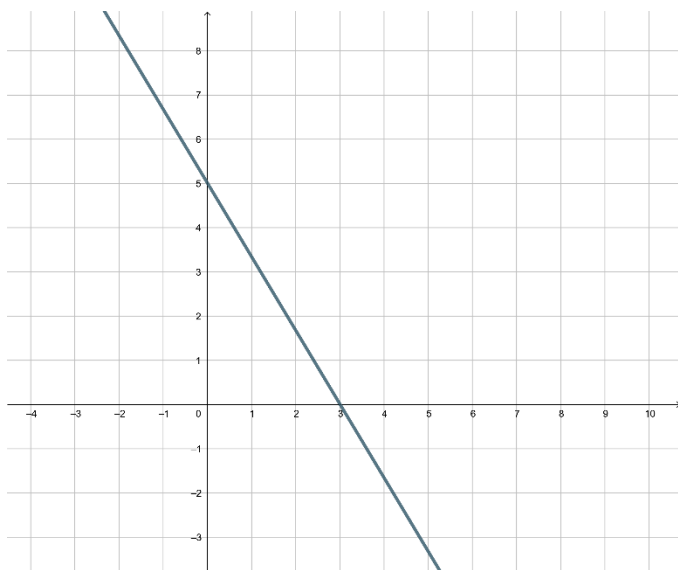
$$5x = 15$$

$$x = 3$$

$N(3; 0)$ – точка перетину прямої $5x + 3y = 15$ з віссю абсцис;

Всі невід'ємні абсциси і ординати знаходяться у I координатній чверті, отже нам необхідно знайти довжину відрізка MN :

$$MN = \sqrt{(0 - 3)^2 + (5 - 0)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$



Відповідь: $\sqrt{34}$

7. (3 б) Дано точки $M(-1; 3)$ і $N(3; -1)$. Рівняння кола з діаметром MN має вигляд:

1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 32$

2) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{8}$

3) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{16}$

4) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$

Розв'язання:

Знайдемо координати центру кола, тобто координати середини відрізка MN :

$$x_c = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$y_c = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$$

$C(1; 1)$ – центр кола

Знайдемо радіус кола, для цього знайдемо довжину відрізка CM :

$$r = CM = \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

Запишемо рівняння кола з центром у точці $C(1; 1)$ і радіусом $r = \sqrt{8}$:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

Відповідь: 4) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$

Самостійна робота «Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами»

II Варіант

1. (1 б) Знайдіть відстань від початку координат до точки перетину прямої $7x - 2y + 6 = 0$ з віссю ординат.

1) 1

2) -1

3) 3

4) -3

Розв'язання:

Нехай:

$(0; y)$ – координати точки перетину прямої $7x - 2y + 6 = 0$ з віссю ординат

Тоді:

$$7 \cdot 0 - 2y + 6 = 0$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

Відповідь: 3

2. (1 б) Коло з центром $(-1; 5)$ і радіусом 4 задається рівнянням:

1) $(x - 1)^2 + (x + 25)^2 = 16$

2) $(x + 1)^2 + (x - 5)^2 = 16$

3) $(x + 1)^2 + (x - 25)^2 = 16$

4) $(x - 1)^2 + (x + 5)^2 = 16$

Розв'язання:

У прямокутній системі координат рівняння кола радіуса r із центром у точці $M(a; b)$ має вигляд $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, отже:

$(x + 1)^2 + (x - 5)^2 = 16$ – рівняння кола з центром $(-1; 5)$ і радіусом 4

Відповідь: 2) $(x + 1)^2 + (x - 5)^2 = 16$

3. (1 б) Дано пряму $y = -\frac{5}{7}x - 8$

Серед прямих:

а) $5x + 7y - 56 = 0$

г) $5x - 7y - 56 = 0$

б) $5x + 7y + 56 = 0$

д) $y = 0,7x + 4$

в) $5x - 7y + 56 = 0$

знайдіть всі пари прямих, які паралельні даній прямій.

1) а, в

2) а, б

3) а

4) г

5) б

6) д

Розв'язання:

Прямі $y = k_1x + l_1$ і $y = k_2x + l_2$ паралельні тоді і тільки тоді, коли $k_1 = k_2$

а. $5x + 7y - 56 = 0$

$$7y = -5x + 56$$

$$y = -\frac{5}{7}x + 8$$

Прямі паралельні

б. $5x + 7y + 56 = 0$

$$7y = -5x - 56$$

$$y = -\frac{5}{7}x - 8$$

Прямі збігаються, отже не паралельні.

в. $5x - 7y + 56 = 0$

$$7y = 5x + 56$$

$$y = \frac{5}{7}x + 8$$

Прямі не паралельні

г. $5x - 7y - 56 = 0$

$$7y = 5x - 56$$

$$y = \frac{5}{7}x - 8$$

Прямі не паралельні

д. $y = 0,7x + 4$

Прямі не паралельні

Відповідь: 3) а

4. (2 б) Запишіть рівняння прямої, що проходить через точку $M(3; -4)$ і середину відрізка AB , якщо $A(4; 1)$ і $B(2; -3)$

Розв'язання:

Знайдемо середину відрізка AB , для цього скористаємося формулою координат середини відрізка:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Нехай C – середина відрізка AB , тоді:

$$x_C = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

$$y_C = \frac{1 + (-3)}{2} = -1$$

$$C(3; -1)$$

Запишемо рівняння прямої, що проходить через точки $M(3; -4)$ і $C(3; -1)$, для цього скористаємося формулою рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$\frac{x - 3}{3 - 3} = \frac{y - (-4)}{-1 - (-4)}$$

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{0} &= \frac{y+4}{3} \\ 3 \cdot (x-3) &= 0 \cdot (y+4) \\ 3x-9 &= 0 \\ 3x &= 9 \\ x &= 3\end{aligned}$$

Відповідь: $x = 3$

5. (2 б) Запишіть рівняння прямої, що проходить через початок координат і паралельна прямій $\frac{x}{17} + \frac{y}{7} = 1$

5) $17x + 7y = 0$

6) $17x - 7y = 0$

7) $7x + 17y = 0$

8) $7x - 17y = 0$

Розв'язання:

Прямі $y = k_1x + l_1$ і $y = k_2x + l_2$ паралельні тоді і тільки тоді, коли $k_1 = k_2$.
Спростимо дане за умовою рівняння:

$$\begin{aligned}\frac{x}{17} + \frac{y}{7} &= 1 | \cdot 17 \\ x + \frac{17}{7}y &= 17 | \cdot 7 \\ 7x + 17y &= 119\end{aligned}$$

Отже, шукане рівняння повинно мати кутовий коефіцієнт $k = 7$ і коефіцієнт біля $y - 17$, а також задовольняти координати початку центру координат $(0; 0)$. Тому шукане рівняння:

$$7x + 17y = 0$$

Відповідь: 3) $7x + 17y = 0$

6. (2 б) Знайдіть довжину відрізка прямої $4x - 7y + 28 = 0$, всі точки якого мають від'ємні абсциси і додатні ординати та побудуйте цей відрізок.

Розв'язання:

Знайдемо координати точки перетину даної прямої з віссю ординат, в такому випадку $x = 0$, тоді:

$$4 \cdot 0 - 7y + 28 = 0$$

$$7y = 28$$

$$y = 4$$

$M(0; 4)$ – точка перетину прямої $4x - 7y + 28 = 0$ з віссю ординат;

Знайдемо координати точки перетину даної прямої з віссю абсцис, в такому випадку $y = 0$, тоді:

$$4x - 7 \cdot 0 + 28 = 0$$

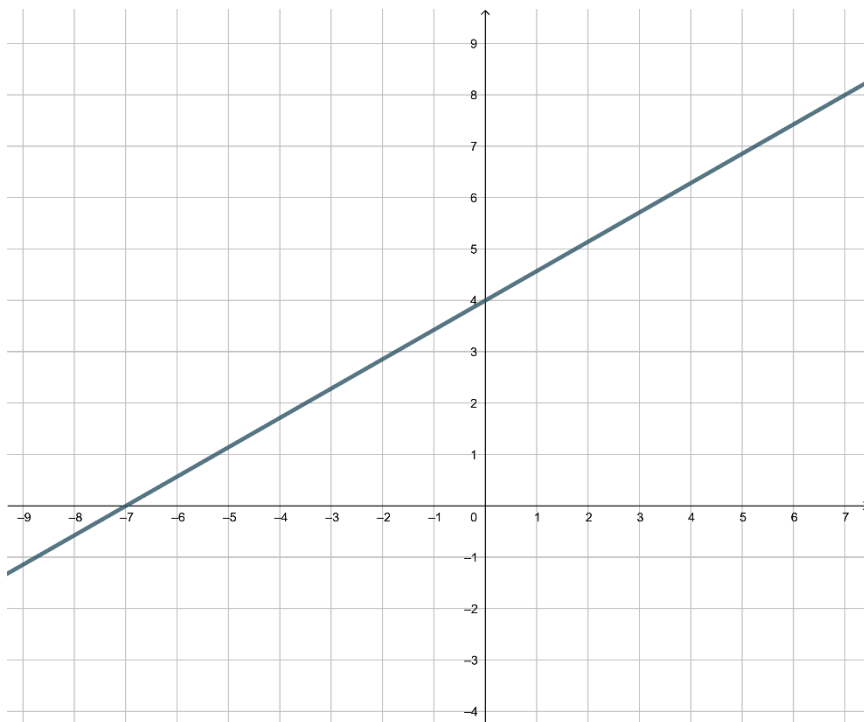
$$4x = -28$$

$$x = -7$$

$N(-7; 0)$ – точка перетину прямої $4x - 7y + 28 = 0$ з віссю абсцис;

Всі від'ємні абсциси і додатні ординати знаходяться у II координатній чверті, отже нам необхідно знайти довжину відрізка MN :

$$MN = \sqrt{(0 - (-7))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$



Відповідь: $\sqrt{65}$

7. (3 б) Дано точки $M(-3; -5)$ і $N(3; 3)$. Рівняння кола з діаметром MN має вигляд:

1) $x^2 + (y + 1)^2 = 25$

2) $x^2 + (y - 1)^2 = 25$

3) $(x + 1)^2 + y^2 = 5$

4) $(x - 1)^2 + y^2 = 5$

Розв'язання:

Знайдемо координати центру кола, тобто координати середини відрізка MN :

$$x_c = \frac{-3 + 3}{2} = 0$$

$$y_c = \frac{-5 + 3}{2} = -1$$

$C(0; -1)$ – центр кола

Знайдемо радіус кола, для цього знайдемо довжину відрізка CM :

$$r = CM = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (-1 - (-5))^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Запишемо рівняння кола з центром у точці $C(0; -1)$ і радіусом $r = 5$:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - (-1))^2 = 25$$

$$x^2 + (y + 1)^2 = 25$$

Відповідь: 1) $x^2 + (y + 1)^2 = 25$