

Тема: Розв'язування типових вправ

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Що ми називаємо рівнянням фігури, заданої на площині xOy ?
- Сформулюйте означення кола
- Яке рівняння задає коло в прямокутній декартовій системі координат?
- Який вигляд має рівняння кола з центром у початку координат і радіусом r ?

III. Розв'язування завдань

№1

Знайдіть координати центра та радіус кола, заданого рівнянням:

1) $(x - 1)^2 + (y + 8)^2 = 4$

2) $(x + 4)^2 + y^2 = 49$

3) $x^2 + (y - 7)^2 = 1$

4) $x^2 + y^2 = 100$

Розв'язання:

1) $O(1; -8); r = 2$

2) $O(-4; 0); r = 7$

3) $O(0; 7); r = 1$

4) $O(0; 0); r = 10$

Які з точок $A(2; 4)$, $B(0; 2)$, $C(5; 1)$ і $D(2; 0)$ належать колу, що задане рівнянням:

$$1) (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$$2) (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

$$3) (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

Розв'язання:

З рівняння, що задає коло, нам відомі координати центра кола і його радіус. Щоб перевірити, чи належить точка колу – достатньо підставити координати вказаної точки в рівняння кола і перевірити, чи отримаємо правильну рівність.

$$1) (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

$O(2; 2)$ – центр кола

$$r^2 = 4$$

$A(2; 4)$

$$AO^2 = (2 - 2)^2 + (4 - 2)^2 = 4$$

$4 = 4$, отже A належить колу

$B(0; 2)$

$$BO^2 = (0 - 2)^2 + (2 - 2)^2 = 4$$

$4 = 4$, отже B належить колу

$C(5; 1)$

$$CO^2 = (5 - 2)^2 + (1 - 2)^2 = 9 + 1 = 10$$

$10 \neq 4$, отже C не належить колу

$D(2; 0)$

$$DO^2 = (2 - 2)^2 + (0 - 2)^2 = 4$$

$4 = 4$, отже D належить колу

$$2) (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

$O(-2; 1)$ – центр кола

$$r^2 = 25$$

$A(2; 4)$

$$AO^2 = (2 + 2)^2 + (4 - 1)^2 = 16 + 9 = 25$$

$25 = 25$, отже A належить колу

$B(0; 2)$

$$BO^2 = (0 + 2)^2 + (2 - 1)^2 = 4 + 1 = 5$$

$5 \neq 25$, отже B не належить колу

$C(5; 1)$

$$CO^2 = (5 + 2)^2 + (1 - 1)^2 = 49$$

$49 \neq 25$, отже C не належить колу

$D(2; 0)$

$$DO^2 = (2 + 2)^2 + (0 - 1)^2 = 16 + 1 = 17$$

$17 \neq 25$, отже D не належить колу

3) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$

$O(3; -2)$ – центр кола

$$r^2 = 25$$

$A(2; 4)$

$$AO^2 = (2 - 3)^2 + (4 + 2)^2 = 1 + 36 = 37$$

$37 \neq 25$, отже A не належить колу

$B(0; 2)$

$$BO^2 = (0 - 3)^2 + (2 + 2)^2 = 9 + 16 = 25$$

$25 = 25$, отже B належить колу

$C(5; 1)$

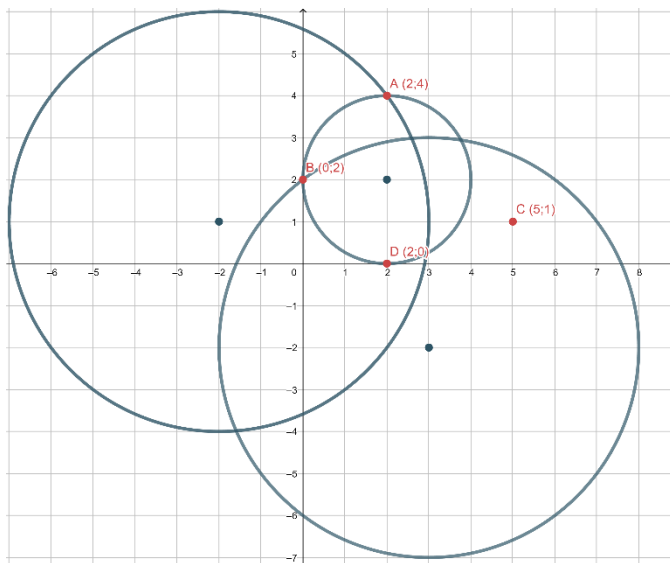
$$CO^2 = (5 - 3)^2 + (1 + 2)^2 = 4 + 9 = 13$$

$13 \neq 25$, отже C не належить колу

$D(2; 0)$

$$DO^2 = (2 - 3)^2 + (0 + 2)^2 = 1 + 4 = 5$$

$5 \neq 25$, отже C не належить колу



Відповідь:

- 1) $A(2; 4)$, $B(0; 2)$, $D(2; 0)$;
- 2) $A(2; 4)$;
- 3) $B(0; 2)$

Складіть рівняння кола із центром у точці $M(3; 4)$, що проходить через точку $N(-2; 2)$

Розв'язання:

Так як коло проходить через точку N , то радіус кола дорівнює MN . Знайдемо відстань між точками M і N та скористаємося рівнянням кола:

$$r = MN = \sqrt{(3 + 2)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

$$\text{Рівняння кола: } (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Отже рівняння шуканого кола:

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 29$$

Відповідь: $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 29$

На колі $x^2 + y^2 = 64$ знайдіть точки:

- 1) з абсцисою 6
- 2) з ординатою 4
- 3) Які лежать на осі абсцис
- 4) Які лежать на осі ординат

Розв'язання:

Якщо точка належить колу, то вона має задовольняти його рівняння, отже:

$$1) x = 6$$

$$6^2 + y^2 = 64$$

$$y^2 = 64 - 36 = 28$$

$$y = \pm\sqrt{28} = \pm 2\sqrt{7}$$

Отже маємо дві точки з абсцисою 6:

$$A(6; 2\sqrt{7}) \text{ і } B(6; -2\sqrt{7})$$

$$2) y = 4$$

$$x^2 + 4^2 = 64$$

$$x^2 = 64 - 16 = 48$$

$$x = \pm\sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}$$

Отже маємо дві точки з ординатою 4:

$$A(4\sqrt{3}; 4) \text{ і } B(-4\sqrt{3}; 4)$$

$$3) y = 0$$

$$x^2 + 0^2 = 64$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

Отже маємо дві точки, що належать осі абсцис:

$$A(8; 0) \text{ і } B(-8; 0)$$

$$4) x = 0$$

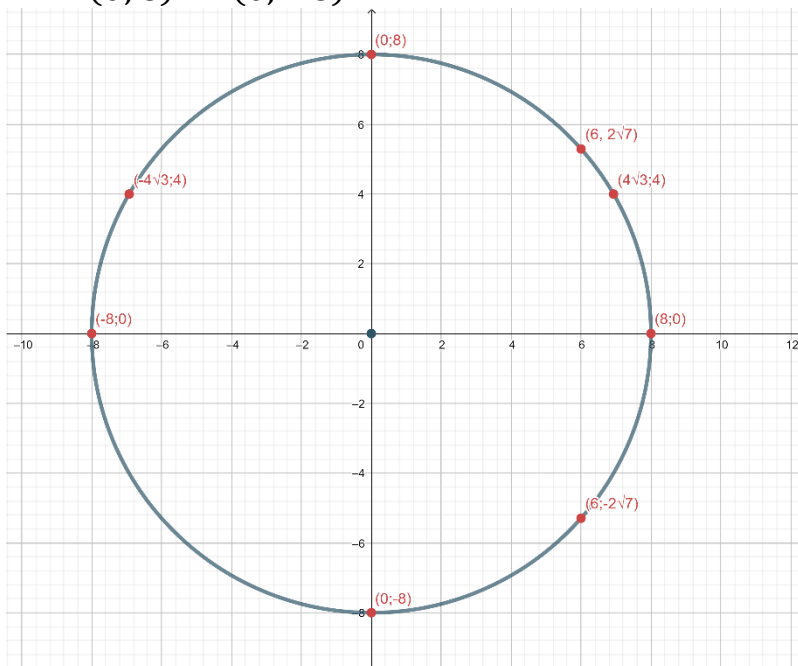
$$0^2 + y^2 = 64$$

$$y^2 = 64$$

$$y = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

Отже маємо дві точки, що належать осі ординат:

$A(0; 8)$ і $B(0; -8)$



- Відповідь:**
- 1) $A(6; 2\sqrt{7})$ і $B(6; -2\sqrt{7})$
 - 2) $A(4\sqrt{3}; 4)$ і $B(-4\sqrt{3}; 4)$
 - 3) $A(8; 0)$ і $B(-8; 0)$
 - 4) $A(0; 8)$ і $B(0; -8)$

№5

Знайдіть відстані між центрами кіл, які задано рівняннями $x^2 + y^2 - 2y = 8$ і $x^2 - 6x + y^2 - 8y + 21 = 0$

Розв'язання:

Розглянемо рівняння першого кола:

$$x^2 + y^2 - 2y = 8$$

$$x^2 + (y^2 - 2y + 1) = 8 + 1$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = 9$$

$O(0; 1)$ – центр першого кола;

Розглянемо рівняння другого кола:

$$x^2 - 6x + y^2 - 8y + 21 = 0$$

$$(x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 8y + 16) + 21 - 9 - 16 = 0$$

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

$O_1(3; 4)$ – центр другого кола;

Знайдемо відстань між точками O і O_1 :

$$OO_1 = \sqrt{(0 - 3)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Відповідь: $3\sqrt{2}$

Запишіть рівняння кола, що проходить через точку $M(0; 3)$, якщо відомо, що центр кола лежить на осі абсцис, а радіус дорівнює 5. Скільки існує таких кіл?

Розв'язання:

Так як центр кола лежить на осі абсцис, то його координати - $O(x; 0)$.

Так як коло проходить через точку M , то $r = OM$.

$$r = OM = \sqrt{(x - 0)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{x^2 + 9} \quad \left| \rightarrow \sqrt{x^2 + 9} = 5 \right.$$

$$r = 5 \text{ (за умовою)}$$

$$\sqrt{x^2 + 9} = 5$$

$$x^2 + 9 = 25$$

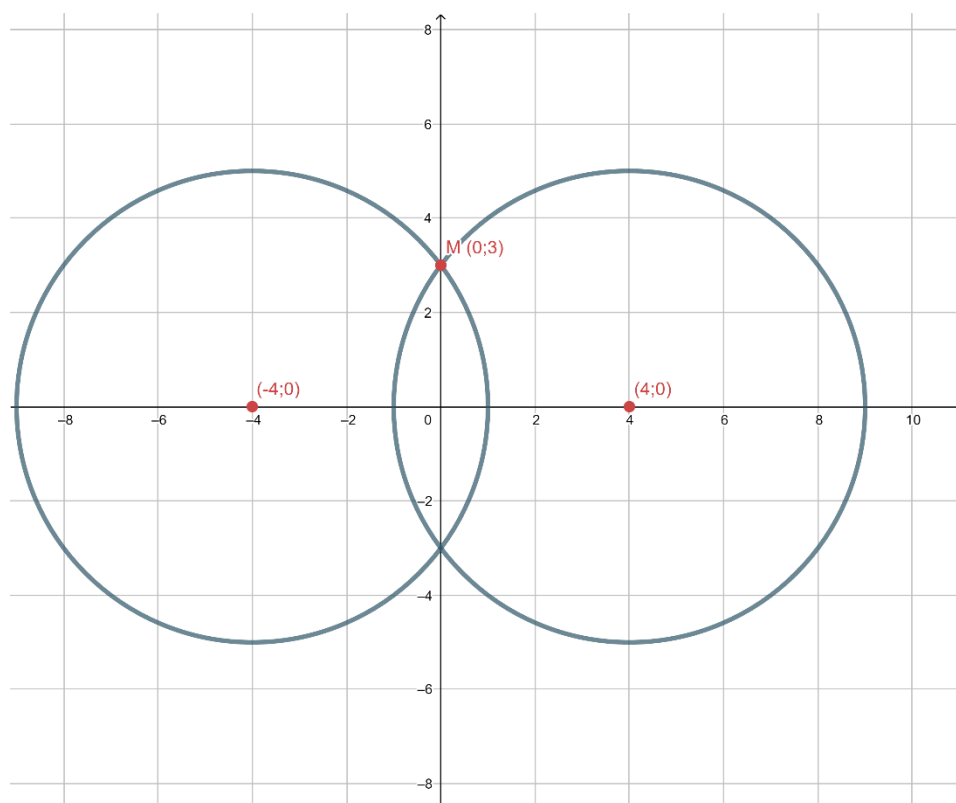
$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

Отже центр кола $O(4; 0)$ або $O_1(-4; 0)$

Можемо скласти 2 рівняння кола, що задовольняють умову завдання:

$$(x - 4)^2 + y^2 = 25 \text{ або } (x + 4)^2 + y^2 = 25$$



Відповідь: два кола – $(x - 4)^2 + y^2 = 25$ або $(x + 4)^2 + y^2 = 25$.

З'ясуйте взаємне розташування двох кіл (дотикаються, перетинаються або не мають спільних точок):

$$1) (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 16 \text{ і } (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

$$2) x^2 + (y + 2)^2 = 16 \text{ і } (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$$

Розв'язання:

$$1) (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 16 \text{ і } (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

Розглянемо перше рівняння:

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

$O(3; 3)$ – центр кола

$$r = 4$$

Розглянемо друге рівняння:

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

$O_1(-4; 3)$ – центр кола

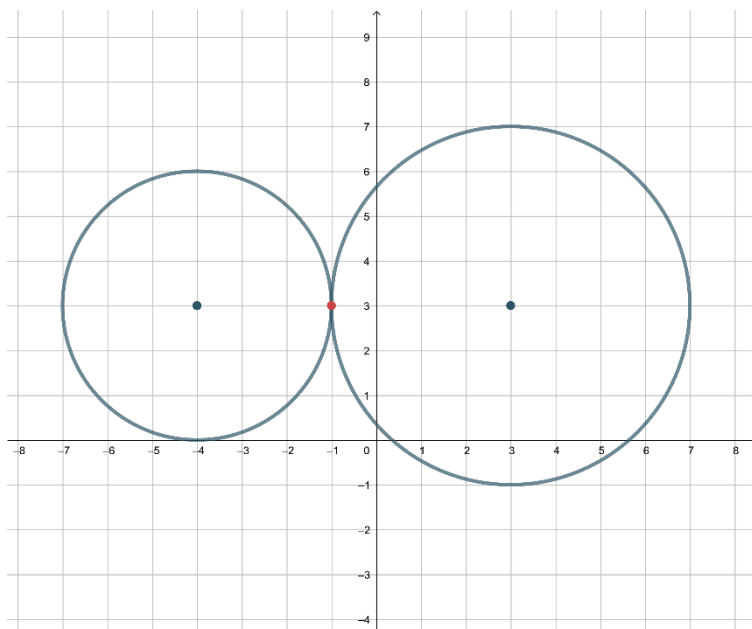
$$r_1 = 3$$

Знайдемо відстань між центрами цих кіл:

$$OO_1 = \sqrt{(3 + 4)^2 + (3 - 3)^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} OO_1 = 7 \\ r + r_1 = 4 + 3 = 7 \end{array} \right| \rightarrow \begin{array}{l} \text{Відстань між центрами кіл дорівнює} \\ \text{сумі їх радіусів} \end{array}$$

Так як відстань між центрами кіл дорівнює сумі їх радіусів, то ці кола мають зовнішній дотик (*геометрія 7 клас).



$$2) x^2 + (y + 2)^2 = 16 \text{ і } (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$$

Розглянемо перше рівняння:

$$x^2 + (y + 2)^2 = 16$$

$O(0; -2)$ – центр кола
 $r = 4$

Розглянемо друге рівняння:

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$$

$O_1(-3; 5)$ – центр кола

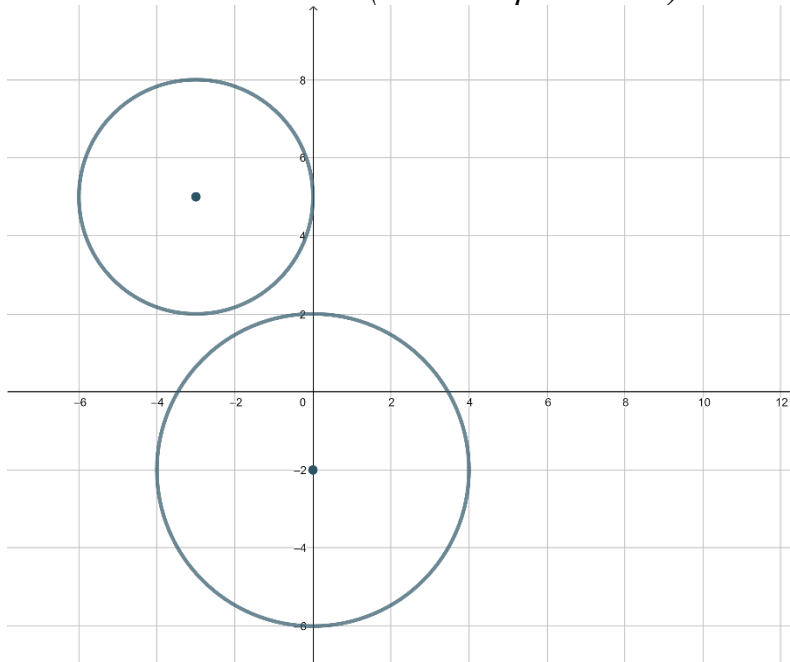
$$r_1 = 3$$

Знайдемо відстань між центрами цих кіл:

$$OO_1 = \sqrt{(0 + 3)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

$$\left. \begin{array}{l} OO_1 = \sqrt{58} \\ r + r_1 = 4 + 3 = 7 \end{array} \right| \rightarrow \begin{array}{l} \text{Відстань між центрами кіл більша за} \\ \text{суму їх радіусів} \end{array}$$

Так як відстань між центрами кіл більша за суму їх радіусів, то ці кола не мають спільних точок (*геометрія 7 клас).



Відповідь: 1) дотикаються; 2) не мають спільних точок

№8

Коло задане рівнянням $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$. Не виконуючи побудови вкажіть, які з точок $A(-2; 7)$, $B(2; 6)$, $C(3; 8)$ і $D(1; 2)$ лежать:

- 1) В середині круга, обмеженого даним колом
- 2) На колі
- 3) Поза кругом, що є обмеженим даним колом

Розв'язання:

**завдання аналогічне до завдання №2*

З рівняння кола нам відомо:

$O(3; 4)$ – центр кола

$$r^2 = 16$$

$$A(-2; 7)$$

$$OA^2 = (3 + 2)^2 + (4 - 7)^2 = 25 + 9 = 34$$

$34 > 16$, отже відстань від центру кола до точки A є більшою за радіус кола, тому точка A лежить поза кругом, що є обмеженим даним колом.

$$B(2; 6)$$

$$OB^2 = (3 - 2)^2 + (4 - 6)^2 = 1 + 4 = 5$$

$5 < 16$, отже відстань від центру кола до точки B є меншою за радіус кола, тому точка B лежить в середині круга, обмеженого даним колом.

$$C(3; 8)$$

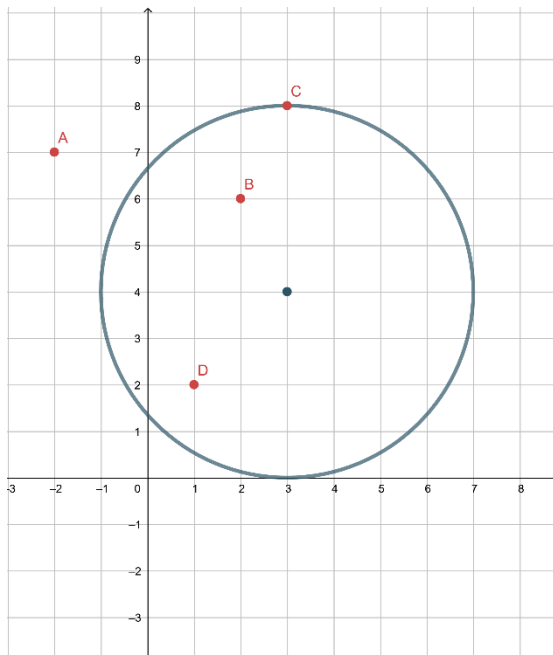
$$OC^2 = (3 - 3)^2 + (4 - 8)^2 = 0 + 16 = 16$$

$16 = 16$, отже відстань від центру кола до точки C дорівнює радіусу кола, тому точка C лежить на колі.

$$D(1; 2)$$

$$OD^2 = (3 - 1)^2 + (4 - 2)^2 = 4 + 4 = 8$$

$8 < 16$, отже відстань від центру кола до точки D є меншою за радіус кола, тому точка D лежить в середині круга, обмеженого даним колом.



Відповідь: 1) точки B, D ; 2) точка C ; 3) точка A

IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §4

Виконати № 117, 125, 127, 131, 135, 144