

Тема: Розв'язування типових вправ

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: закріплення знань знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Яке півколо називається одиничним?
- Косинус і синус кута α , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ – це ...
- Чи існує кут α , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, для якого $\operatorname{tg} \alpha = 2$? Поясніть, чому?
- Чому дорівнює $\sin(180^\circ - \alpha)$? $\cos(180^\circ - \alpha)$?
- Чому дорівнює $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$?
- Поясніть, як користуватися таблицями Брадіса?

III. Розв'язування завдань

№1

1. Чи може абсциса точки одиничного кола дорівнювати числу:

- | | | | | |
|--------|----------|-------------------|--------|-------------------|
| 1) 0,7 | 2) -1,07 | 3) $\frac{7}{13}$ | 4) 4,7 | 5) $1\frac{2}{7}$ |
| так | ні | так | ні | ні |

2. Чи може ордината точки одиничного кола дорівнювати числу:

- | | | | | |
|--------|------|------------------|---------|-------------------|
| 1) 0,1 | 2) 4 | 3) $\frac{3}{7}$ | 4) 3,02 | 5) $1\frac{3}{5}$ |
| так | ні | так | ні | ні |

№2

Знайдіть за допомогою калькулятора або таблиць гострий кут α , якщо:

- 1) $\operatorname{tg} \beta = 0,4578$
- 2) $\sin \beta = 0,3140$

Розв'язання:

$$1) \operatorname{tg} \beta = 0,4578$$

$$\beta = 24^{\circ}36'$$

$$2) \sin \beta = 0,3140$$

$$\beta = 18^{\circ}18'$$

№3Знайдіть $\sin \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо:

$$1) \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$3) \cos \alpha = -0,5$$

$$2) \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4) \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Розв'язування:

$$1) \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$2) \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 1$$

$$3) \cos \alpha = -0,5$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - (-0,5)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

$$4) \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Знайдіть $\cos \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо:

1) $\sin \alpha = 0,6, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$

2) $\sin \alpha = \frac{1}{3}, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$

3) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, 0^\circ < \alpha < 180^\circ$

Розв'язання:

1) $\sin \alpha = 0,6, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Так як кут α – гострий, то у формулі обираємо знак «+»:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (0,6)^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$

2) $\sin \alpha = \frac{1}{3}, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Так як кут α – тупий, то у формулі обираємо знак «-»:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

3) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, 0^\circ < \alpha < 180^\circ$

Так як кут α може бути і гострим і тупим, а синус кута є додатним у I і II координатних чвертях, то отримаємо два значення косинуса, що задовольняє умову:

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{1}\right) = \pm 1$$

Відомо, що $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{12}$, знайдіть $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$

Розв'язання:

Так як тангенс дано від'ємний, а синус у I і II чвертях є додатним, то значення синуса буде додатним а косинуса від'ємним. Поділимо основну тригонометричну тотожність на $\cos^2 \alpha$:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \frac{1}{\left(-\frac{5}{12}\right)^2 + 1} = \frac{1}{\frac{25}{144} + 1} = \frac{1}{\frac{169}{144}} = \frac{144}{169}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = -\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{60}{156} = \frac{5}{13}$$

Відповідь: $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$; $\sin \alpha = \frac{5}{13}$

№6

Обчисліть:

- 1) $2 \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 150^\circ$
- 2) $\cos^2 150^\circ - \sin^2 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ$
- 3) $\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ$
- 4) $\operatorname{tg} 120^\circ \cdot \cos 120^\circ + \sin 120^\circ$
- 5) $\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ$

Розв'язання:

1) $2 \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 150^\circ$

$$\cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ$$

$$2 \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 150^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

2) $\cos^2 150^\circ - \sin^2 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ$

$$\cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ$$

$$\cos^2 150^\circ = \cos 150^\circ \cdot \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ \cdot -\cos 30^\circ = \cos^2 30^\circ$$

$$\sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$$

$$\sin^2 120^\circ = \sin 120^\circ \cdot \sin 120^\circ = \sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ = \sin^2 60^\circ$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ$$

$$\cos^2 150^\circ - \sin^2 120^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ = \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 = -1$$

3) $\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 30^\circ) = -\operatorname{tg} 30^\circ$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ = \operatorname{tg} 45^\circ \cdot (-\operatorname{tg} 60^\circ) \cdot (-\operatorname{tg} 30^\circ)$$

$$= 1 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3}{3} = 1$$

4) $\operatorname{tg} 120^\circ \cdot \cos 120^\circ + \sin 120^\circ$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 120^\circ \cdot \cos 120^\circ + \sin 120^\circ &= \frac{\sin 120^\circ}{\cos 120^\circ} \cdot \cos 120^\circ + \sin 120^\circ \\ &= \sin 120^\circ + \sin 120^\circ = 2 \sin 120^\circ = 2 \sin(180^\circ - 60^\circ) \\ &= 2 \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

5) $\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ$

$$\sin(90^\circ - 68^\circ) = \cos 68^\circ$$

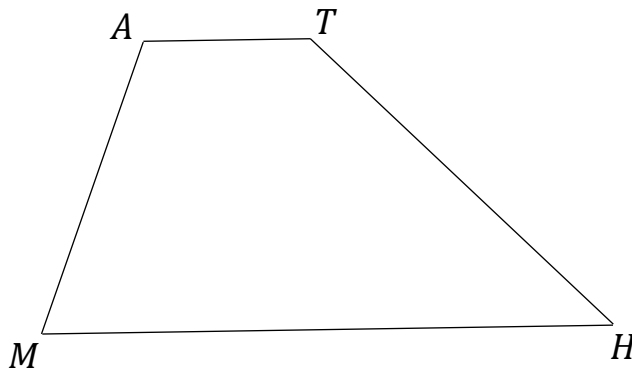
$$\sin^2 22^\circ = \sin 22^\circ \cdot \sin 22^\circ = \cos 68^\circ \cdot \cos 68^\circ = \cos^2 68^\circ$$

$$\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ = \cos^2 68^\circ + \sin^2 68^\circ = 1$$

№7

Знайдіть суму косинусів усіх кутів довільної трапеції

Розв'язання:



Нехай $MATH$ – довільна трапеція, тоді:

$$\angle M + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle M = 180^\circ - \angle A$$

$$\angle H + \angle T = 180^\circ$$

$$\angle H = 180^\circ - \angle T$$

$$\cos M + \cos A + \cos T + \cos H$$

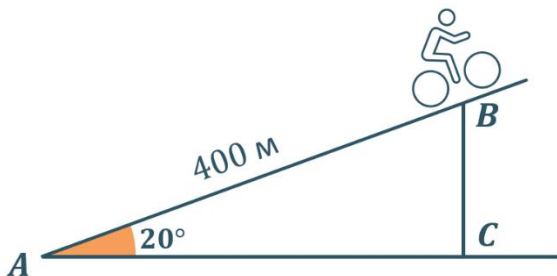
$$= \cos(180^\circ - \angle A) + \cos A + \cos T + \cos(180^\circ - \angle T)$$

$$= -\cos A + \cos A + \cos T - \cos T = 0$$

Відповідь: 0

№8

Щоб піднятися на вершину, велосипедист здолав шлях 400 м. Знайдіть висоту, на яку піднявся велосипедист, якщо кут підйому дорівнює 20°



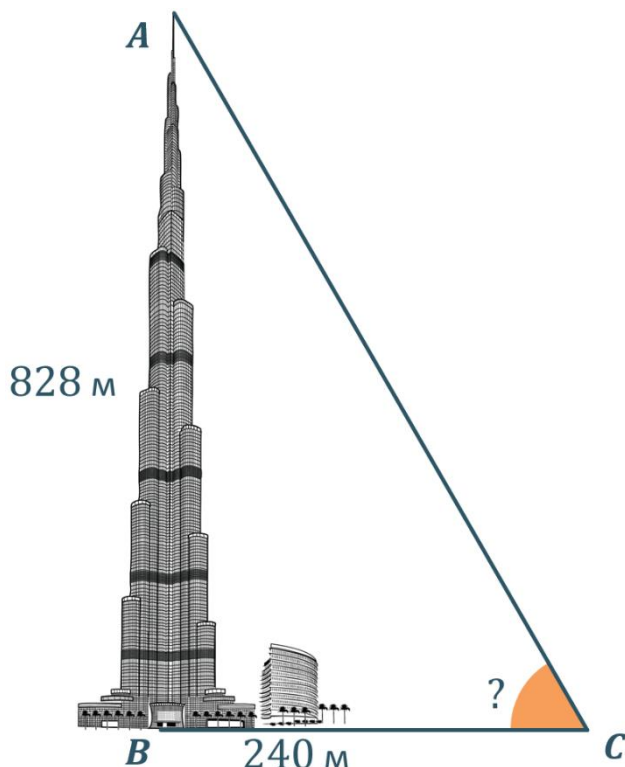
Розв'язання:

У прямокутному трикутнику катет BC – висота, на яку підніметься велосипедист.

$$\sin A = \frac{BC}{400}; BC = 400 \sin A = 400 \sin 20^\circ = 400 \cdot 0,3420 \approx 137 \text{ м}$$

Відповідь: ≈ 137 м

Найвища будова світу, що має висоту 828 м, в певний момент доби утворює тінь довжиною 240 м. Знайдіть кут, що утворює промінь сонячного світла з поверхнею землі.



Розв'язання:

У прямокутному трикутнику ABC , кут C – шуканий.

$$\operatorname{tg} C = \frac{AB}{BC} = \frac{828}{240}$$

$$\angle C \approx 74^\circ$$

Відповідь: $\approx 74^\circ$

IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §2

Виконати № 41, 49, 52, 59