



Тема: Коло, вписане в трикутник

Мета:

- *Навчальна:* розглянути та довести теореми (про властивість бісектриси кута; про коло, вписане в трикутник та наслідки з неї)
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

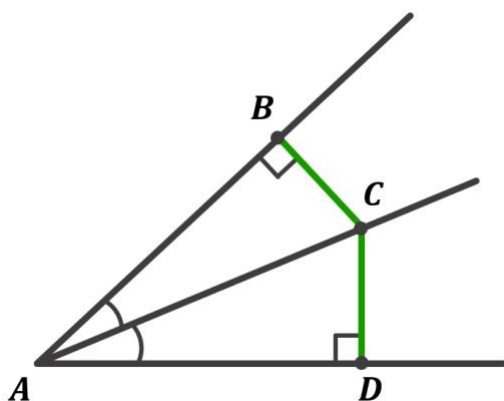
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

**Для доведення наступних теорем нам знадобиться важлива теорема про властивість бісектриси кута.*



Теорема (властивість бісектриси кута)

Будь-яка точка бісектриси кута рівновіддалена від сторін цього кута

Дано:

AC – бісектриса $\angle BAD$

$CB \perp AB$

$CD \perp AD$

Довести:

$CB = CD$

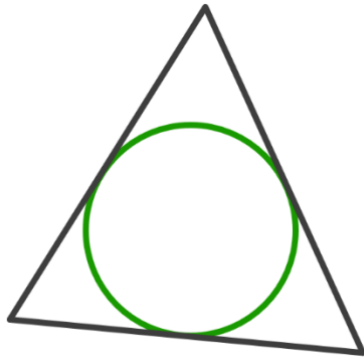
Доведення:

Розглянемо прямокутні трикутники ABC і ADC :

AC – спільна сторона
 $\angle BAC = \angle DAC$ (AC – бісектриса) $\left| \begin{array}{l} \Delta ABC = \Delta ADC \\ (за\ гіпотенузою \\ і\ гострим\ кутом) \end{array} \right.$

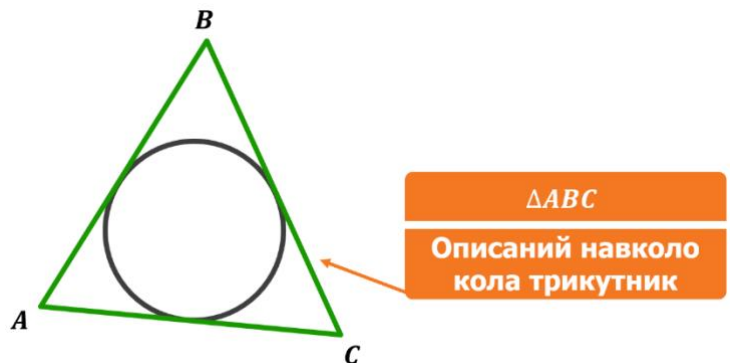
$\Delta ABC = \Delta ADC \rightarrow CB = CD$ (як відповідні елементи
рівних трикутників)

// Коло, вписане в трикутник



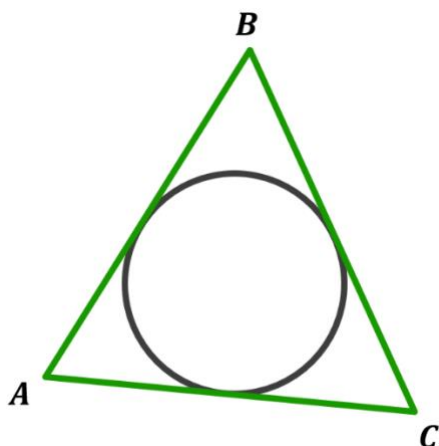
Коло називається **вписаним у трикутник**, якщо воно дотикається до всіх сторін цього трикутника.

Трикутник при цьому називається **описаним навколо кола**.



Теорема (про коло, вписане в трикутник)

У будь-який трикутник можна вписати коло



Дано:

ABC – довільний трикутник;

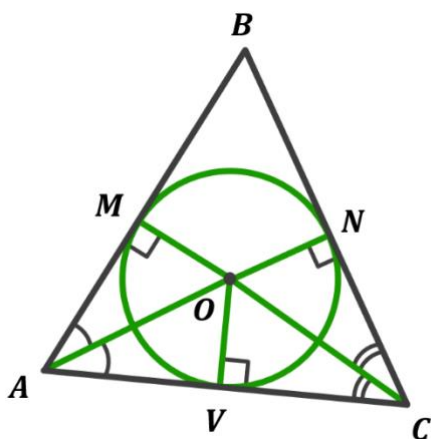
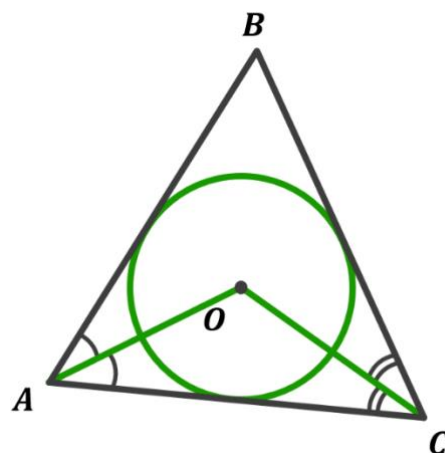
Довести:

У $\triangle ABC$ можна вписати коло;

Доведення:

Побудуємо бісектриси кутів A і C .

Доведемо, що т. O – центр вписаного у коло трикутника.

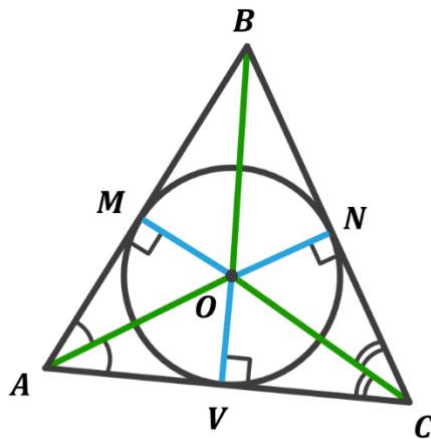


- Пригадайте щойно доведену властивість бісектриси кута і поясніть, чому т. O рівновіддалена від сторін кутів A і C (Учні висловлюють власну думку)

Так як т. O знаходиться на бісектрисах кутів A і C , то вона рівновіддалена від сторін цих кутів. Отже:

$$\left. \begin{array}{l} OM = OV \\ OM \perp AB; OV \perp AC \\ ON = OV \\ OV \perp AC; ON \perp BC \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} OM = OV = ON \\ \text{Отже, коло з радіусом } OM \\ \text{дотикається до всіх сторін} \\ \text{трикутника } ABC \end{array}$$

Доведено.



Наслідок 1

Бісектриси трикутника перетинаються в одній точці

Доведення:

т. O – точка перетину бісектрис кутів A і C

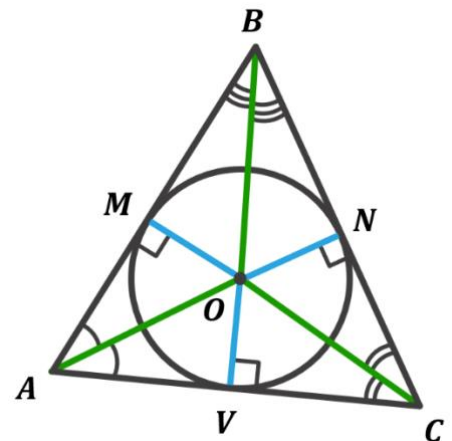
Доведемо, що бісектриса $\angle B$ також проходить через т. O

Розглянемо прямокутні $\triangle BMO$ і $\triangle BNO$:

$$\left. \begin{array}{l} OM = ON \\ BO - \text{спільна} \\ \text{гіпотенуза} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle BMO = \triangle BNO \\ \text{(за катетом} \\ \text{і гіпотенузою)} \end{array}$$

$$\triangle BMO = \triangle BNO \rightarrow \angle MBO = \angle NBO \quad (\text{як відповідні елементи рівних трикутників})$$

$$\angle MBO = \angle NBO \rightarrow BO - \text{бісектриса } \angle B$$



Доведено

Наслідок 2

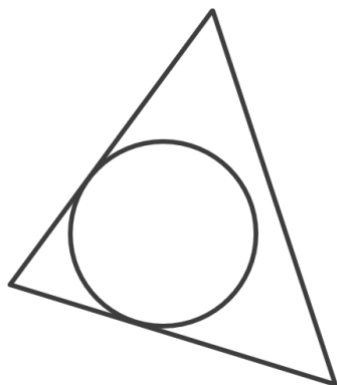
Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину бісектрис цього трикутника

- Пригадайте, як називається точка перетину бісектрис трикутника?
(Інцентр)

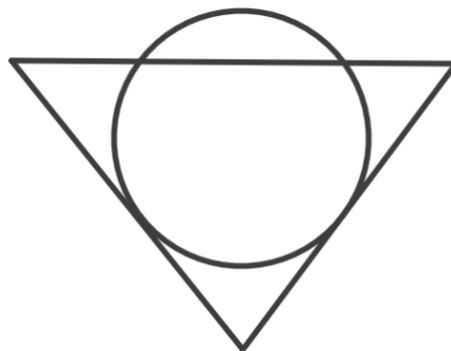
III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

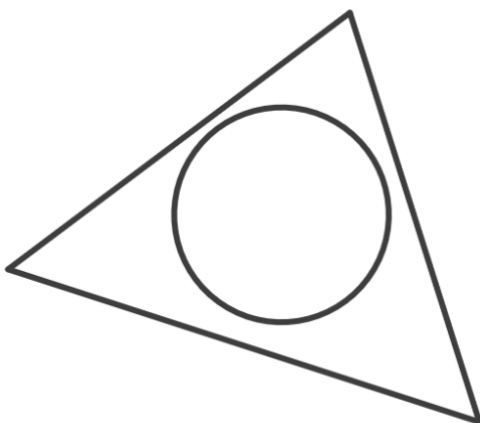
На яких з рисунків зображене коло, вписане у трикутник?



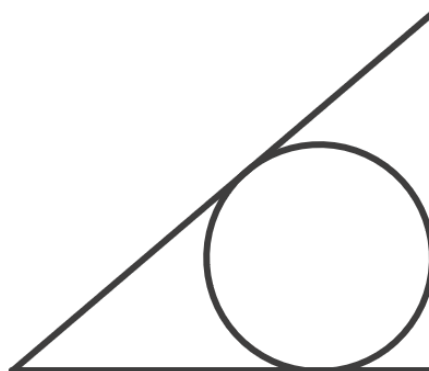
1



2



3

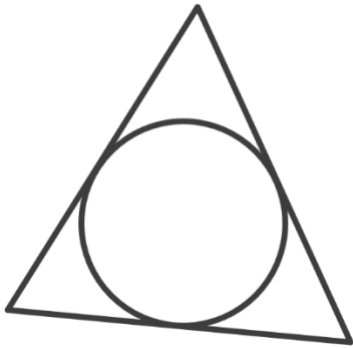


4

№2

Накресліть гострокутний трикутник. За допомогою транспортира, циркуля і лінійки побудуйте коло, вписане в цей трикутник

Розв'язання:



№3

На рисунку точка I – центр кола, вписаного у рівносторонній трикутник MNV ; A , B і C – точки дотику. Знайдіть усі пари рівних трикутників на цьому малюнку.

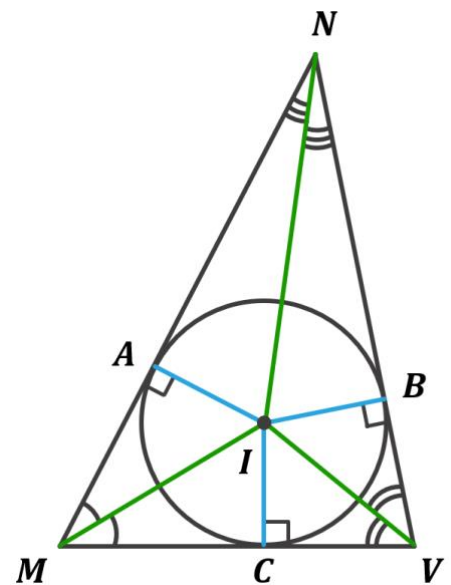
Розв'язання:

Розглянемо прямокутні трикутники MAI і MCI :

$$\left. \begin{array}{l} IA = IC \quad \left(\begin{array}{l} \text{як} \\ \text{радіуси} \end{array} \right) \\ MI - \quad \left(\begin{array}{l} \text{спільна} \\ \text{сторона} \end{array} \right) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \Delta MAI = \Delta MCI \\ \text{(за катетом} \\ \text{і гіпотенузою)} \end{array}$$

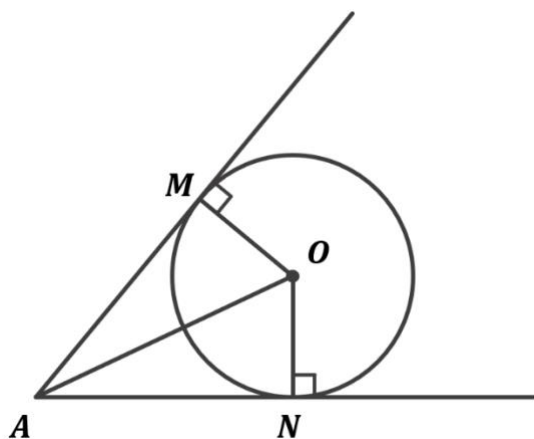
Аналогічно $\Delta NAI = \Delta NBI$, $\Delta VCI = \Delta VBI$

Відповідь: $\Delta MAI = \Delta MCI$, $\Delta NAI = \Delta NBI$, $\Delta VCI = \Delta VBI$



№4

Доведіть, що центр кола, яке дотикається до сторін кута, лежить на бісектрисі цього кута.



Доведення:

Нехай коло з центром O дотикається до сторін кута MAN в точках M і N , тоді:

$$OM \perp AM$$

$$ON \perp AN$$

Розглянемо прямокутні трикутники AMO і ANO :

$$\left. \begin{array}{l} OM = ON \quad \text{(як радіуси)} \\ AO - \text{спільна сторона} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \Delta AMO = \Delta ANO \\ \text{(за катетом і гіпотенузою)} \end{array}$$

$$\Delta AMO = \Delta ANO \rightarrow \angle MAO = \angle NAO \quad \text{(як відповідні елементи рівних трикутників)}$$

$$\angle MAO = \angle NAO \rightarrow AO\text{-бісектриса } \angle MAN$$

Доведено

№5

У трикутнику центр вписаного кола лежить на медіані. Доведіть, що це рівнобедрений трикутник.

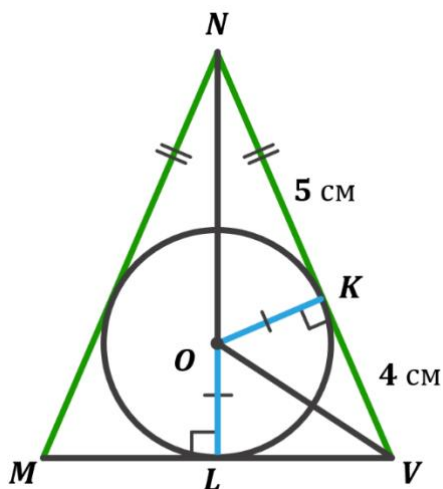
Доведення:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Центр вписаного кола лежить на медіані (за умовою)} \\ \text{Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину (Наслідок 2) бісектрис цього трикутника} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{В даному трикутнику} \\ \text{медіана є бісектрисою} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{В даному трикутнику} \\ \text{медіана є бісектрисою} \end{array} \rightarrow \text{Даний трикутник рівнобедрений}$$

Доведено

Коло, вписане в рівнобедрений трикутник, ділить його бічну сторону на відрізки 4 см і 5 см, починаючи від основи. Знайдіть периметр трикутника.



Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;

т. O – центр вписаного у $\triangle ABC$ кола;

L і K – точки дотику кола до сторін $\triangle ABC$;

$VK = 4$ см;

$KN = 5$ см;

Знайти:

$P_{\triangle MNV} - ?$

Розв'язання:

Так як у рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою, то $ML = LV$.

Розглянемо прямокутні трикутники OKV і OLV :

$$\left. \begin{array}{l} OK = OL \text{ (як радіуси кола)} \\ OV - \text{спільна сторона} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle OKV = \triangle OLV \\ \text{(за катетом і гіпотенузою)} \end{array}$$

$$\triangle OKV = \triangle OLV \rightarrow KV = LV \text{ (як відповідні елементи рівних трикутників)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ML = LV \\ KV = LV \end{array} \right\} \rightarrow ML = LV = KV = 4 \text{ см}$$

$$MV = 2ML = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

$$NV = 4 + 5 = 9 \text{ см}$$

$$P_{MNV} = 2NV + MV = 2 \cdot 9 + 8 = 26 \text{ см}$$

Відповідь: 26 см

IV. Підсумок уроку

- Сформулюйте теорему про властивість бісектриси кута
- Чи в будь-який трикутник можна вписати коло?
- Скільки можна побудувати кіл, що дотикаються до даної прямої в одній точці?
- Скільки можна побудувати кіл даного радіуса, що дотикаються до прямої в одній точці
- Який кут утворюють дотична до кола і радіус, що проведений у точку дотику?
- Скільки можна побудувати дотичних до кола, через точку, що знаходиться поза колом?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §23

Виконати №659, 667