



**Тема:** Коло і круг

**Мета:**

- *Навчальна:* пригадати та закріпити означення кола і круга, поглибити знання про коло і круг; розглянути та довести теореми (про порівняння діаметра і хорди; кут, під яким видно відрізок з точки кола; властивість діаметра кола, перпендикулярного до хорди)
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

**Компетенції:**

- математичні
- комунікативні

**Тип уроку:** засвоєння нових знань;

**Обладнання:** конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

### Хід уроку

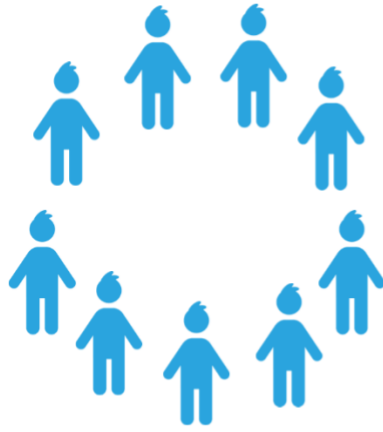
#### I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

#### II. Вивчення нового матеріалу

- Пригадайте з попередніх класів, в чому різниця між колом і кругом?  
(Учні висловлюють власну думку)
- Попросимо хлопчиків стати в коло, а дівчаток – в круг





Станьте в коло



Станьте в круг

- Пригадайте, що таке радіус кола? Як у попередніх класах ви будували коло із заданим радіусом?  
(Учні висловлюють власну думку)

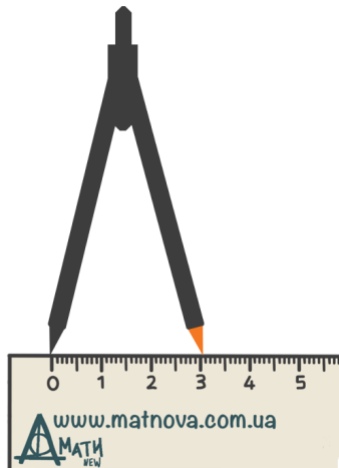
Для побудови нам знадобляться:



Циркуль

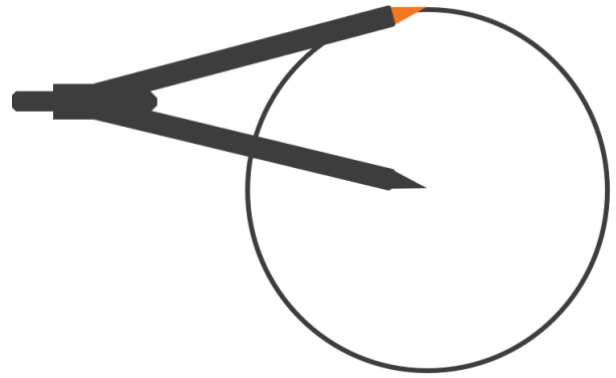


Лінійка

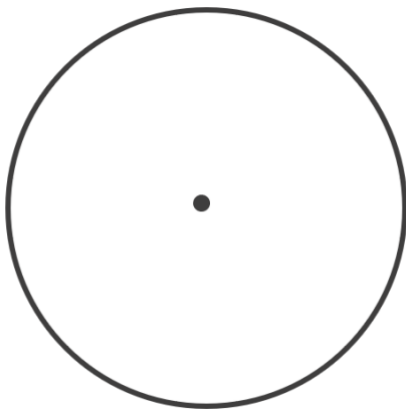


1. Зафіксуємо циркулем вказаний радіус. Наприклад, 3 см

2. Побудуємо коло з радіусом 3 см

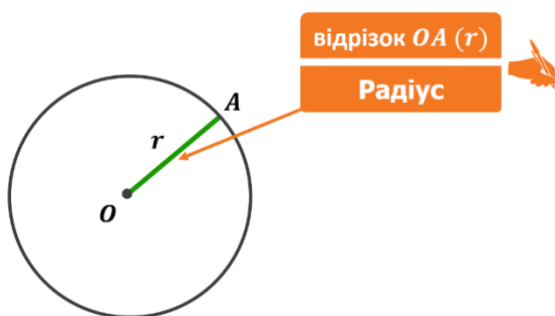
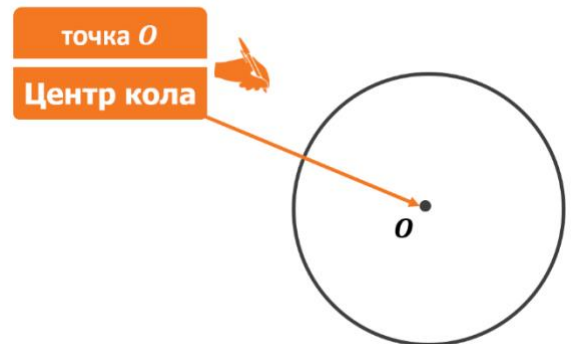


// Коло



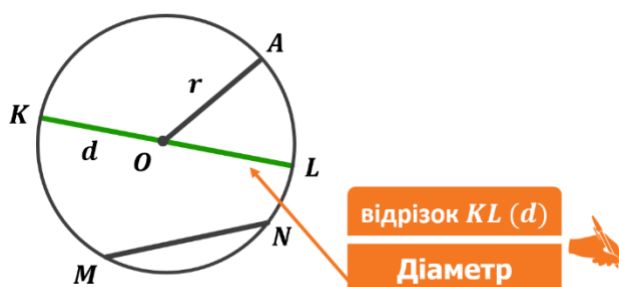
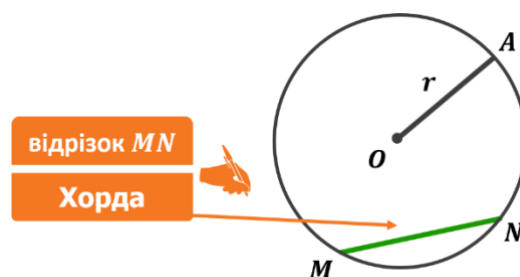
**Колом** називається геометрична фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки.

**Центр кола** – це задана точка, від якої рівновіддалені усі точки цієї геометричної фігури (кола).



**Радіус** – це відрізок, що сполучає центр з будь-якою точкою кола (радіус, як правило, позначають літерою  $r$  або  $R$ )

**Хорда** – це відрізок, що сполучає дві точки кола



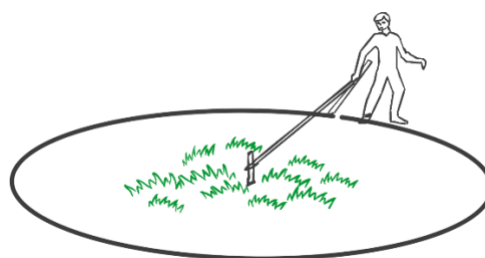
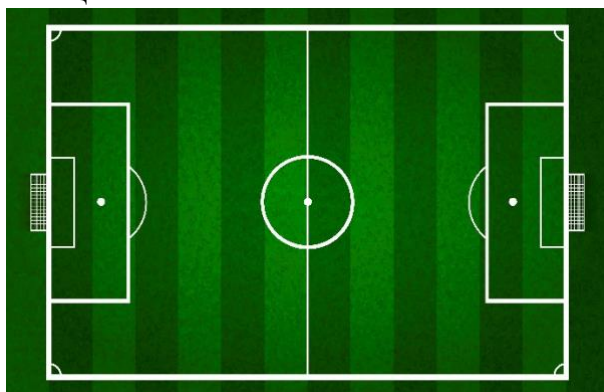
**Діаметр** – це хорда, що проходить через центр кола (*діаметр кола, як правило, позначають літерою  $d$* )

➤ Чи є діаметр хордою?  
(Так)

➤ У скільки разів діаметр більший за радіус?  
(Діаметр більший за радіус у два рази)

$$d = 2r$$

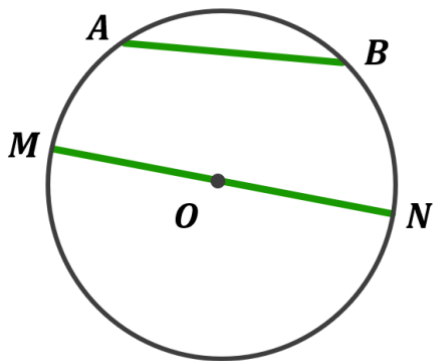
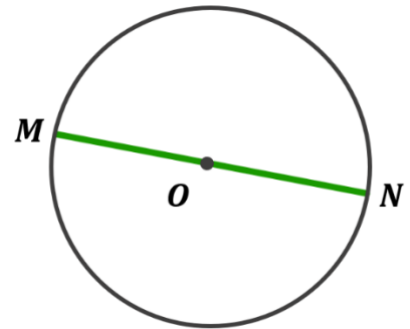
➤ Як побудувати рівне коло на футбольному полі за допомогою мотузки і палиці?



Приклад побудови кола на місцевості

- Як можна назвати найбільшу хорду у колі?  
(Діаметр)

**Теорема (про порівняння діаметра і хорди)**  
Діаметр є найбільшою з хорд



**Дано:**

$MN$  – діаметр кола

$r$  – радіус кола

$AB$  – хорда

**Довести:**

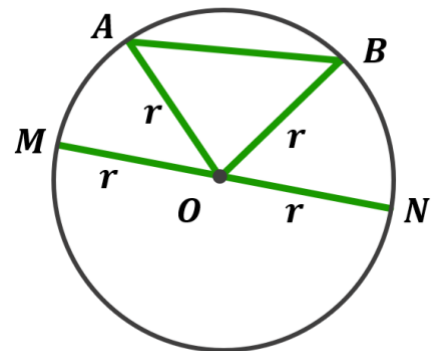
$MN > AB$

**Доведення:**

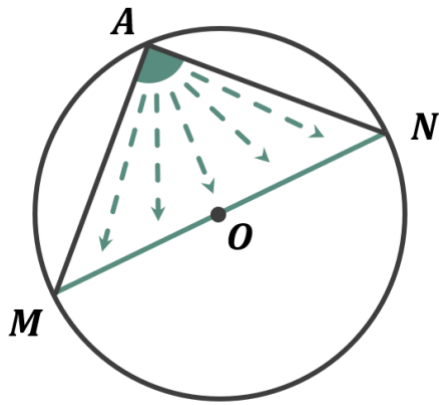
Розглянемо  $\triangle AOB$ :

$AB < AO + OB$  (за теоремою про  
нерівність трикутника)  
 $\rightarrow AB < 2r$

$AB < 2r$   
 $MN = 2r$  |  $\rightarrow MN > AB$

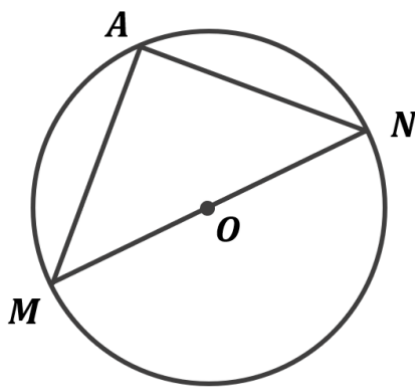


**Доведено**



Кут  $MAN$  – це кут, під яким видно відрізок  $MN$  з точки  $A$

**Теорема (про кут, під яким видно діаметр з точки кола)**  
**Діаметр з будь-якої точки кола видно під прямим кутом**



**Дано:**

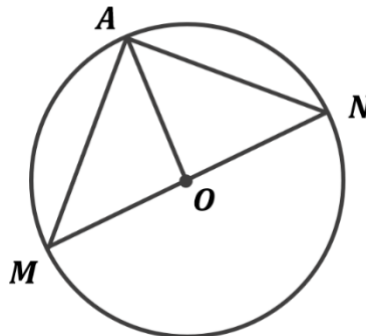
$MN$  – діаметр кола;  
 $A$  – довільна точка кола;

**Довести:**

$\angle MAN = 90^\circ$

**Доведення:**

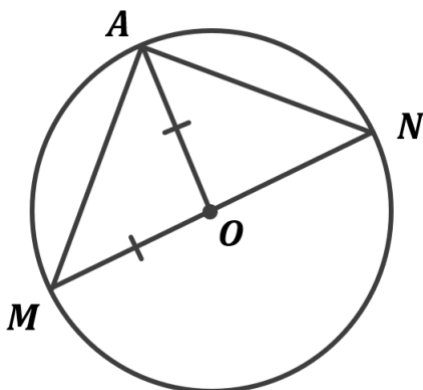
- Поясніть, чому  $OM = OA$ ?  
 (Учні висловлюють власну думку)



Розглянемо  $\triangle MOA$ :

$OM = OA$  (як радіуси)  $\rightarrow \triangle MOA$  – рівнобедрений;

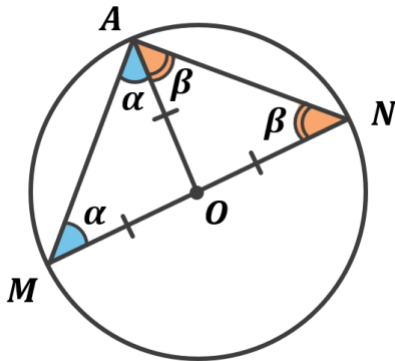
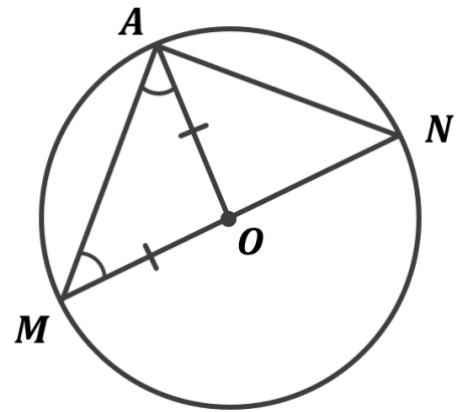
- Поясніть, чому  $\angle OMA = \angle OAM$ ?  
 (Учні висловлюють власну думку)



$\triangle MOA$  – рівнобедрений  $\rightarrow \angle OMA = \angle OAM$  (як кути при основі рівнобедреного трикутника)

- Поясніть, чому  $\angle OMA = \angle OAM$ ?  
(Учні висловлюють власну думку)

$\angle ONA = \angle OAN$  (аналогічно з  $\triangle AON$  як із  $\triangle MOA$ )



Нехай

$$\angle OMA = \angle OAM = \alpha$$

$$\angle ONA = \angle OAN = \beta$$

Розглянемо  $\triangle MAN$ :

- Поясніть, чому  $\angle M + \angle MAN + \angle N = 180^\circ$ ?  
(За теоремою про суму кутів трикутника)

- За якою властивістю  $\angle MAN = \alpha + \beta$ ?  
(За основною властивістю вимірювання кутів)

$$\left. \begin{array}{l} \angle M + \angle MAN + \angle N = 180^\circ \\ \angle M = \alpha \\ \angle N = \beta \\ \angle MAN = \alpha + \beta \end{array} \right\} \rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

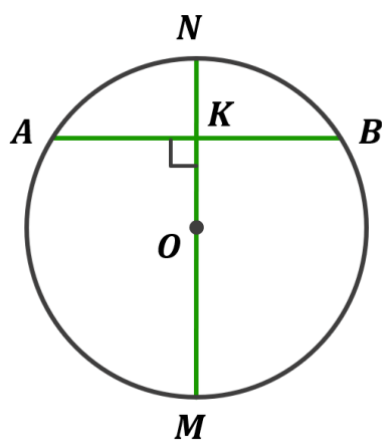
$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle MAN = \alpha + \beta \\ \alpha + \beta = 90^\circ \end{array} \right| \rightarrow \angle MAN = 90^\circ$$

**Доведено**

**Теорема** (властивість діаметра кола, перпендикулярного до хорди)  
**Діаметр кола, перпендикулярний до хорди, ділить її навпіл**



**Дано:**

$MN$  – діаметр кола

$AB$  – хорда, що не є діаметром

$MN \perp AB$

$MN \cap AB = K$

**Довести:**

$AK = KB$

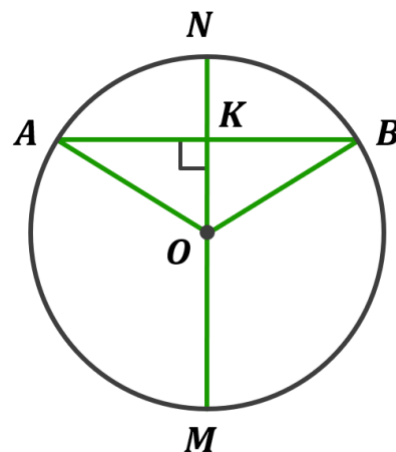
**Доведення:**

- Поясніть, чому  $\triangle AOB$  – рівнобедрений?  
 (Учні висловлюють власну думку)

$AO = OB$  (як радіуси)  $\rightarrow \triangle AOB$  –  
 рівнобедрений

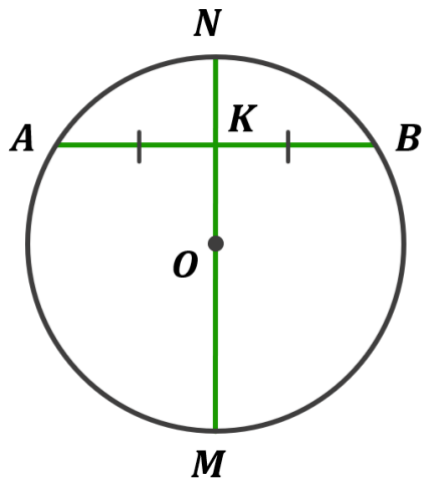
- Що ви знаєте про висоту рівнобедреного трикутника?  
 (Висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою)

$\triangle AOB$  – рівнобедрений  $\rightarrow OK$  – висота,  
 медіана і бісектриса  $\rightarrow AK = KB$



**Доведено**

**Теорема** (властивість діаметра кола, що проходить через середину хорди)  
**Діаметр кола, що проходить через середину хорди, яка не є діаметром, перпендикулярний до цієї хорди.**



**Дано:**

$MN$  – діаметр кола

$K$  – середина хорди  $AB$

**Довести:**

$MN \perp AB$

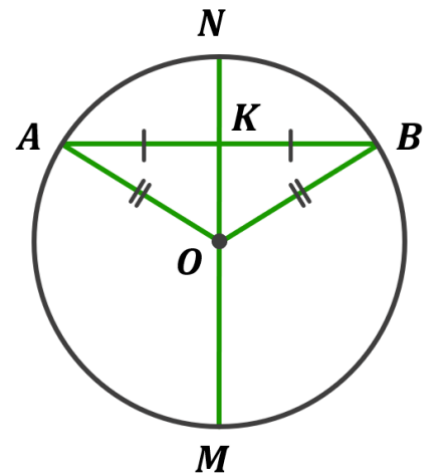
**Доведення:**

- Поясніть, чому  $\triangle AOB$  – рівнобедрений?  
(Учні висловлюють власну думку)

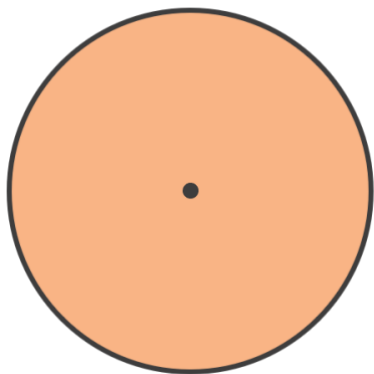
$AO = OB$  (як радіуси)  $\rightarrow \triangle AOB$  –  
рівнобедрений;

- Що ви знаєте про медіану рівнобедреного трикутника?  
(Медіана рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є висотою і бісектрисою)

$\triangle AOB$  – рівнобедрений  $\rightarrow OK$  – медіана,  
висота і бісектриса  $\rightarrow MN \perp AB$



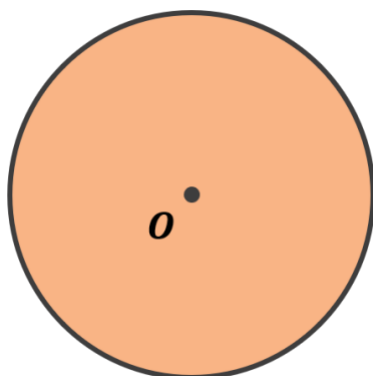
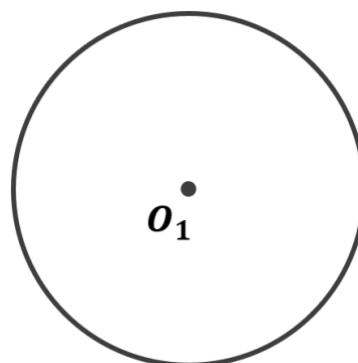
**Доведено**



**Круг** – це коло разом з його внутрішньою областю.

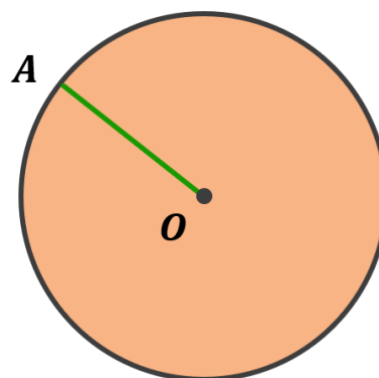
**Центр, радіус, діаметр, хорда круга** – це відповідно центр, радіус, діаметр, хорда кола, яка є межею даного круга.

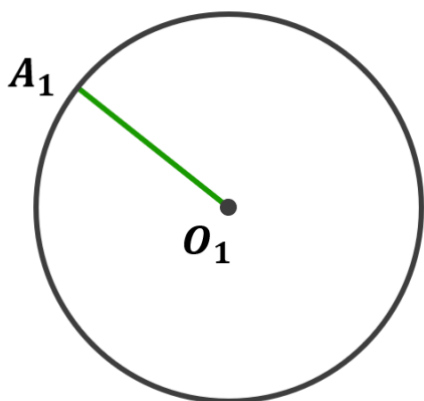
- Чи належить центр кола  $O_1$  колу?  
(Ні)



- Чи належить центр круга  $O$  колу?  
(Так)

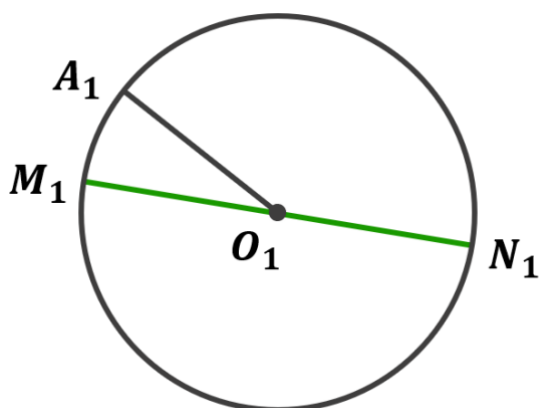
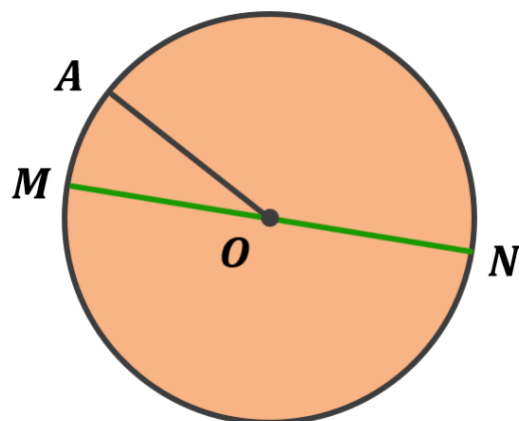
- Чи належить радіус круга – колу?  
(Так)





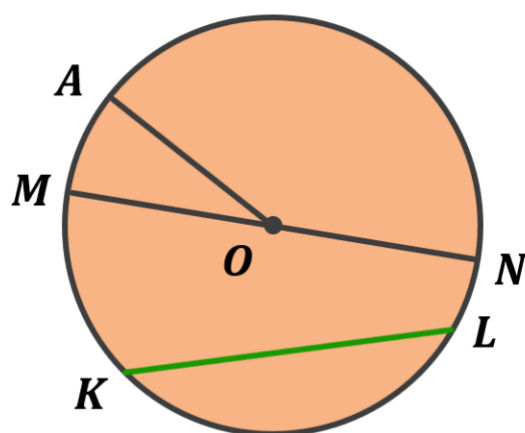
➤ Чи належить радіус кола – колу?  
(*Hi*)

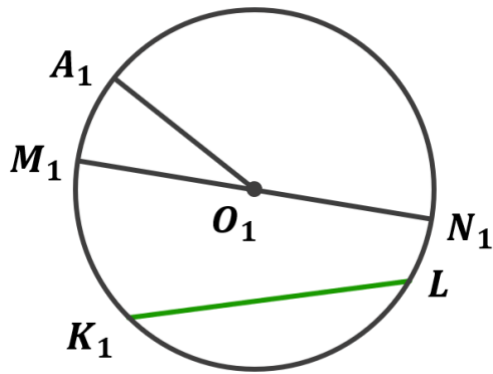
➤ Чи належить діаметр круга – кругу?  
(*Так*)



➤ Чи належить діаметр кола – колу?  
(*Hi*)

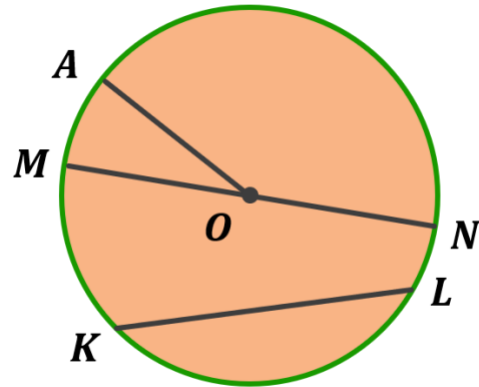
➤ Чи належить хорда круга – кругу?  
(*Так*)





➤ Чи належить хорда кола – колу?  
(Hi)

➤ Чи належить коло, що обмежує круг – кругу?  
(Так)



### III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Обчисліть діаметр кола, якщо його радіус дорівнює:

- 1) 7 см;
- 2) 3,7 см;

**Розв'язання:**

Так як  $d = 2r$ , то:

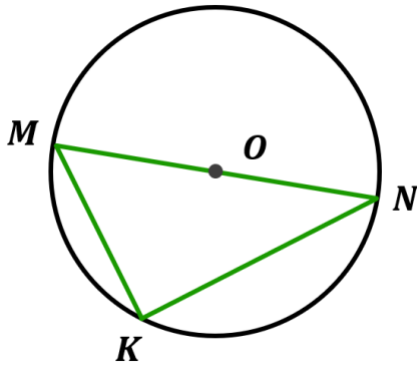
- 1)  $d = 2 \cdot 7 = 14$  см
- 2)  $d = 2 \cdot 3,7 = 7,4$  см

**Відповідь:** 1) 14 см; 2) 7,4 см

№2

Накресліть коло, радіус якого дорівнює 4 см. Проведіть у ньому діаметр  $MN$  та хорду  $MK$ . Знайдіть  $\angle NKM$ .

**Розв'язання:**



Так як діаметр з будь-якої точки кола видно під прямим кутом, то:

$$\angle MKN = 90^\circ$$

**Відповідь:**  $\angle MKN = 90$

**№3**

Радіус кола дорівнює 4 см. Чи може хорда кола дорівнювати:

- |         |         |           |
|---------|---------|-----------|
| 1) 2 см | 2) 3 см | 3) 3,5 см |
| 4) 4 см | 5) 7 см | 6) 8,2 см |

**Розв'язання:**

Хорда кола не може бути більшою за діаметр. Діаметр даного кола дорівнює:

$$d = 2r = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

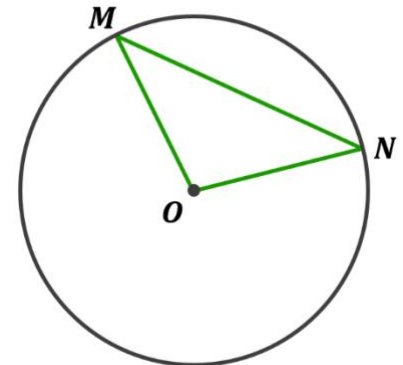
Отже хорда не може бути більшою за 8 см, тому:

- 1) так; 2) так; 3) так; 4) так; 5) так; 6) ні

**№4**

На рисунку точка  $O$  – центр кола. Знайдіть градусну міру:

- 1) Кута  $O$ , якщо  $\angle M = 47^\circ$
- 2) Кута  $N$ , якщо  $\angle O = 94^\circ$



**Розв'язання:**

Розглянемо  $\triangle MON$ :

$OM = ON$  (як радіуси)  $\rightarrow \triangle MON$  – рівнобедрений;

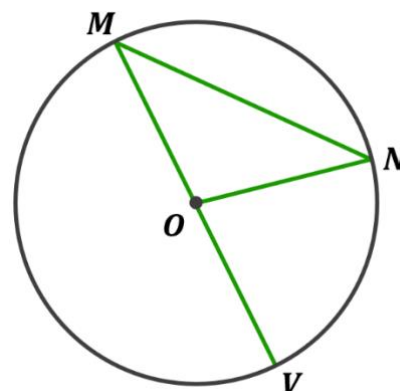
$\triangle MON$  – рівнобедрений  $\rightarrow \angle M = \angle N$

- 1) Якщо  $\angle M = 47^\circ$ , то  $\angle N = 47^\circ$   
 $\angle O = 180^\circ - \angle M - \angle N$  (за теоремою про суму кутів трикутника)  
 $\angle O = 180^\circ - 47^\circ - 47^\circ = 86^\circ$
- 2) Якщо  $\angle O = 94^\circ$  і  $\angle M = \angle N$  ( $\triangle MON$  – рівнобедрений), то:  
$$\angle M = \angle N = \frac{180^\circ - \angle O}{2} = \frac{180^\circ - 94^\circ}{2} = \frac{86^\circ}{2} = 43^\circ$$

Відповідь: 1)  $86^\circ$ ; 2)  $43^\circ$

№5

На рисунку точка  $O$  – центр кола,  $\angle NOV = 42^\circ$ .  
Знайдіть  $\angle NMV$ .



- Скількома способами можна розв'язати це завдання?

*(Можемо скористатися теоремою про властивість зовнішнього кута трикутника або розв'язати це завдання довшим шляхом, знайшовши спочатку кут  $\angle MON$  за теоремою про властивість суміжних кутів, а потім знайти необхідний кут за допомогою теореми про суму кутів трикутника)*

### Розв'язання:

Розглянемо  $\triangle MON$ :

$OM = ON$  (як радіуси)  $\rightarrow \triangle MON$  – рівнобедрений;

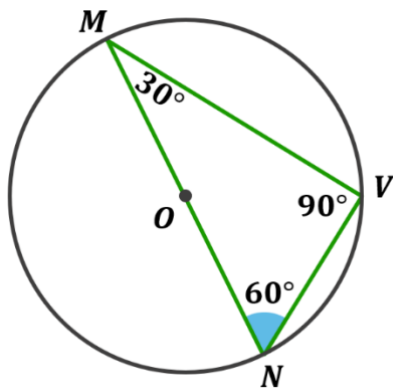
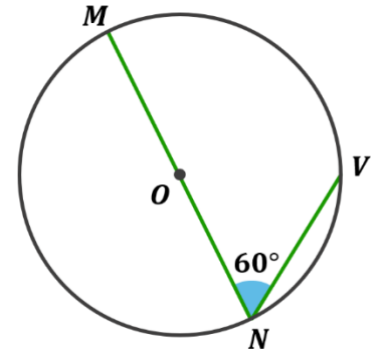
$\triangle MON$  – рівнобедрений  $\rightarrow \angle M = \angle N$

$\angle NOV$  – зовнішній кут  $\triangle MON \rightarrow \angle NOV = \angle M + \angle N$

$$\left. \begin{array}{l} \angle M = \angle N \\ \angle NOV = \angle M + \angle N \\ \angle NOV = 42^\circ \end{array} \right| \rightarrow \angle M = \angle N = \frac{\angle NOV}{2} = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ$$

Відповідь:  $21^\circ$

У колі на рисунку  $MN$  – діаметр,  $\angle MNV = 60^\circ$ ,  $NV = 4$  см. Знайдіть діаметр кола.



#### Розв'язання:

Побудуємо хорду  $MV$  і розглянемо  $\triangle MVN$ :

$MN$  діаметр  $\rightarrow \angle MVN = 90^\circ$  (за теоремою про кут, під яким видно діаметр з точки кола)

$\angle MVN = 90^\circ \rightarrow \triangle MVN$  – прямокутний;

$\angle M = 180^\circ - \angle V - \angle N$  (за теоремою про суму кутів трикутника)

$\angle M = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Так як катет прямокутного трикутника, що лежить проти кута  $30^\circ$ , дорівнює половині гіпотенузи, то:

$$MV = 2NV = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

**Відповідь:** 8 см

#### IV. Підсумок уроку

- Сформулюйте означення кола. У чому різниця між колом і кругом
- Поясніть, що таке радіус, діаметр і хорда кола
- За якої умови хорда може бути одночасно і діаметром?
- Під яким кутом діаметр видно з будь-якої точки кола (окрім точок, що є кінцями діаметра)?
- Сформулюйте властивість діаметра кола, перпендикулярного до хорди
- Сформулюйте властивість діаметра кола, що проходить через середину хорди

#### V. Домашнє завдання

Опрацювати §21

Виконати №611, 615, 621, 627