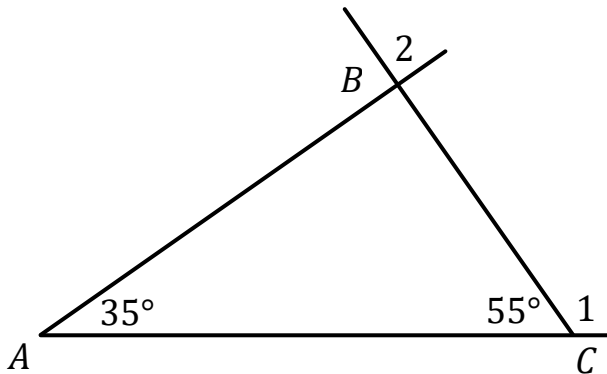


Варіант 1

Початковий рівень



1. (2 б) Використовуючи всі дані, що на рисунку, оберіть правильні твердження:

А) $\triangle ABC$ – рівнобедрений;

Б) $\triangle ABC$ – прямокутний;

В) $\angle 1$ – зовнішній кут $\triangle ABC$

Г) $\angle 2$ – зовнішній кут $\triangle ABC$

А) 73°

Б) 90°

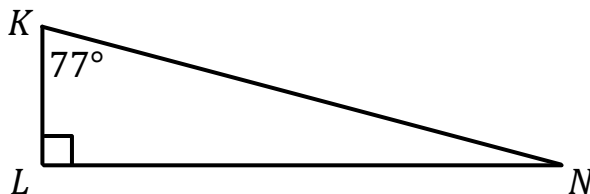
В) 107°

Г) 110°

2. (1 б) У трикутнику один з кутів дорівнює 73° . Якою не може бути градусна міра іншого кута?

Середній рівень

3. (1 б) У прямокутному трикутнику KLN , кут L – прямий, $\angle K = 77^\circ$. Розташуйте в порядку зростання довжини відрізків KN, LN, KL .



Розв'язання:

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle N = 180^\circ - \angle L - \angle K = 180^\circ - 90^\circ - 77^\circ = 13^\circ$$

$$\angle N = 13^\circ$$

$$\angle K = 73^\circ$$

$$\angle L = 90^\circ$$

За теоремою про співвідношення між сторонами і кутами трикутника (проти більшої сторони трикутника лежить більший кут трикутника):

$$\angle N = 13^\circ \rightarrow KL - \text{найменша сторона}$$

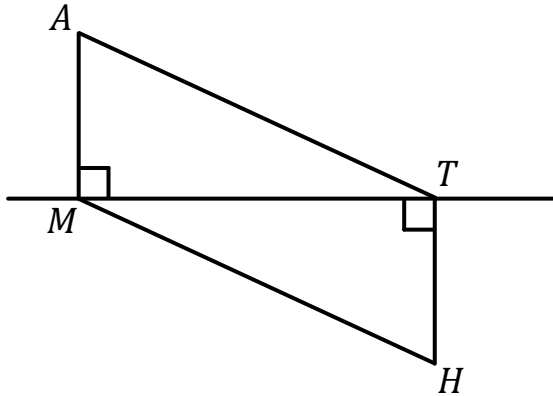
$$\angle K = 73^\circ \rightarrow LN - \text{більша за } KL, \text{ але менша за } KN$$

$$\angle L = 90^\circ \rightarrow KN - \text{найбільша сторона}$$

Відповідь: KL, LN, KN



4. (2 б) Доведіть, що якщо на рисунку AM і HT перпендикулярні до прямої MT і $AT = HM$, то $\triangle AMT = \triangle HTM$



Дано:

$$AM \perp MT;$$

$$HT \perp MT;$$

$$AT = HM;$$

Довести:

$$\triangle AMT = \triangle HTM;$$

Доведення:

$AM \perp MT \rightarrow \triangle AMT$ – прямокутний;

$HT \perp MT \rightarrow \triangle HTM$ – прямокутний;

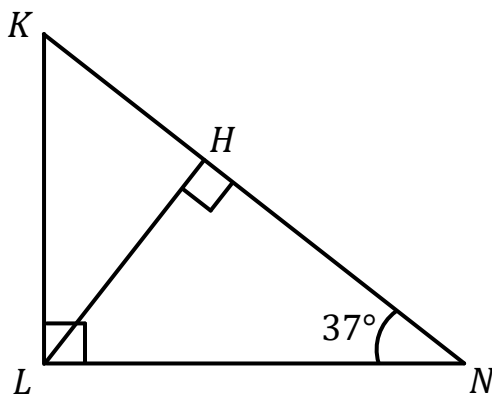
Розглянемо прямокутні трикутники AMT і HTM :

$$\left. \begin{array}{l} AT = HM \\ MT - \text{спільний катет} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle AMT = \triangle HTM \text{ (за гіпотенузою і катетом)}$$

Доведено

Достатній рівень

5. (1 б) У прямокутному трикутнику KLN з прямим кутом L і $\angle N = 37^\circ$ проведена висота LH . Знайдіть $\angle KLN$



Дано:

$\triangle KLN$ – прямокутний трикутник;

$$\angle L = 90^\circ;$$

$$\angle N = 37^\circ;$$

LH – висота;

Знайти:

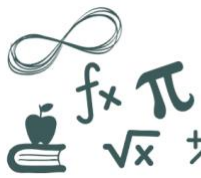
$$\angle KLN - ?$$

Розв'язання:

Розглянемо прямокутний $\triangle KLN$:

$$\angle K = 90^\circ - \angle N = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ \quad (\text{за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника})$$

$$LH - \text{висота} \rightarrow \angle KHL = 90^\circ$$

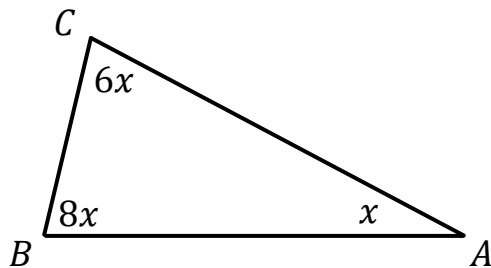


Розглянемо прямокутний $\triangle KHL$:

$$\angle KLN = 90^\circ - \angle K = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ \quad (\text{за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника})$$

Відповідь: 37°

6. (2 б) Кути трикутника відносяться як 1: 6: 8. Знайдіть кут A , якщо BC найменша сторона.



Дано:

ABC – трикутник;

BC – найменша сторона;

Кути трикутника відносяться як 1: 6: 8;

Знайти:

$\angle A$ – ?

Розв’язання:

Так як BC – найменша сторона $\triangle ABC$, то за теоремою про співвідношення між сторонами і кутами трикутника:

$\angle A$ – найменший кут $\triangle ABC$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ$$

Нехай:

$$\angle A = x$$

$$\angle C = 6x$$

$$\angle B = 8x$$

Тоді:

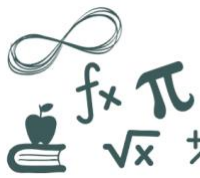
$$x + 6x + 8x = 180^\circ$$

$$15x = 180^\circ$$

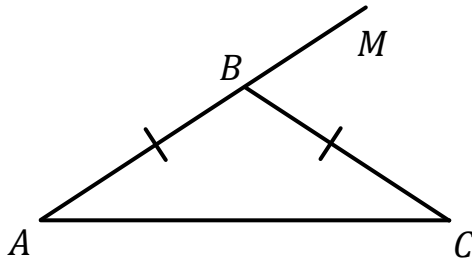
$$x = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ$$

$$\angle A = x = 12^\circ$$

Відповідь: 12°



7. (1 б) У рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює 14° . Знайдіть зовнішній кут при вершині цього трикутника.



Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;
 AC – основа;
 $\angle A = 14^\circ$;

Знайти:

$\angle CBM = ?$

Розв'язання:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений $\rightarrow \angle A = \angle C = 14^\circ$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника)

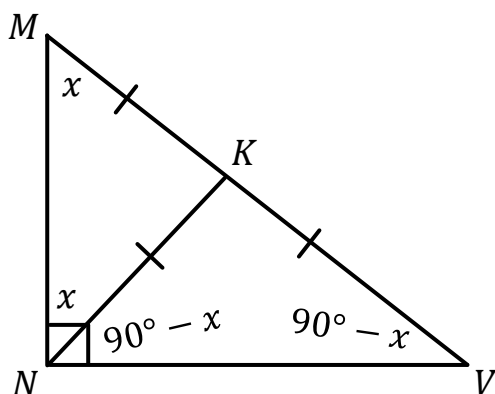
$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$ (за теоремою про суму кутів трикутника)

$$\angle B = 180^\circ - 14^\circ - 14^\circ = 152^\circ$$

$$\angle CBM = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ \text{ (за теоремою про суміжні кути)}$$

Відповідь: 28°

8. (2 б) У прямокутному трикутнику MNV (кут M – прямий) на гіпотенузі взяли точку K так, що $NK = KM$. Доведіть, що $NK = KV$.



Дано:

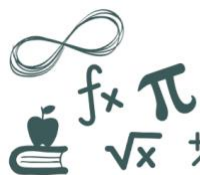
$\triangle MNV$ – прямокутний;
 $\angle M = 90^\circ$;
 $NK = KM$;

Довести:

$NK = KV$

Доведення:

$NK = KM \rightarrow \triangle MKN$ – рівнобедрений $\rightarrow \angle NMK = \angle MNK$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника)



Математика НОВА

ГЕОМЕТРІЯ 7 / СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА. ЗОВНІШНІЙ
КУТ ТРИКУТНИКА. НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА

Контрольна робота



Нехай:

$$\angle NMK = \angle MNK = x$$

Розглянемо прямокутний $\triangle MNV$:

$$\angle V = 90^\circ - \angle N = 90^\circ - x \quad (\text{за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника})$$

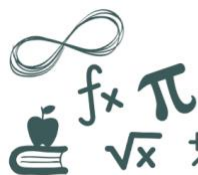
Розглянемо трикутник NKV :

$$\angle KNV = \angle MNV - \angle MNK = 90^\circ - x \quad (\text{за основною властивістю вимірювання кутів})$$

$$\angle KVN = \angle KNV = 90^\circ - x \rightarrow \triangle NKV - \text{рівнобедрений}$$

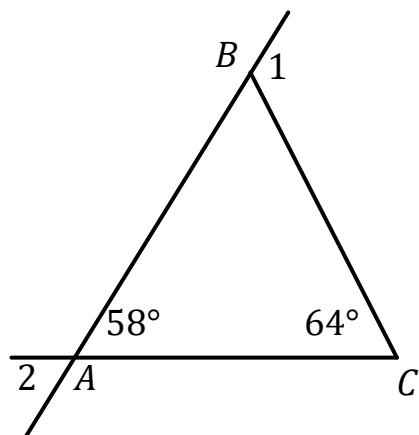
$$\triangle NKV - \text{рівнобедрений} \rightarrow NK = KV$$

Доведено



Варіант 2

Початковий рівень



1. (2 б) Використовуючи всі дані, що на рисунку, оберіть правильні твердження:

А) $\triangle ABC$ – рівнобедрений;

Б) $\triangle ABC$ – прямокутний;

В) $\angle 1$ – зовнішній кут $\triangle ABC$

Г) $\angle 2$ – зовнішній кут $\triangle ABC$

А) 90°

Б) 138

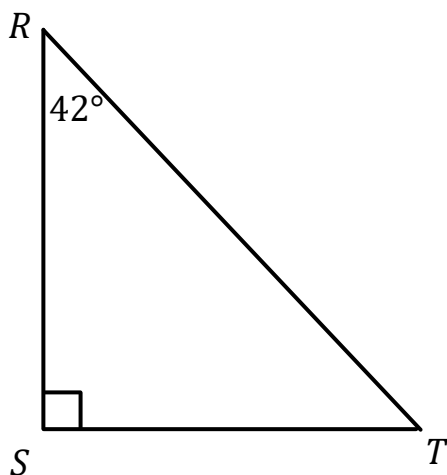
В) 86°

Г) Градусна міра іншого кута може бути будь-якою

2. (1 б) У трикутнику один з кутів дорівнює 43° . Якою не може бути градусна міра іншого кута?

Середній рівень

3. (1 б) У прямокутному трикутнику RST , кут S – прямий, $\angle R = 42^\circ$. Розташуйте в порядку зростання довжини відрізків RT, ST, RS .



Розв'язання:

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle T = 180^\circ - \angle S - \angle R$$

$$\angle T = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$\angle R = 42^\circ$$

$$\angle T = 48^\circ$$

$$\angle S = 90^\circ$$

За теоремою про співвідношення між сторонами і кутами трикутника (проти більшої сторони трикутника лежить більший кут трикутника):

$\angle R = 42^\circ \rightarrow ST$ – найменша сторона

$\angle T = 48^\circ \rightarrow RS$ – більша за ST , але менша за RT

$\angle S = 90^\circ \rightarrow RT$ – найбільша сторона

Відповідь: ST, RS, RT



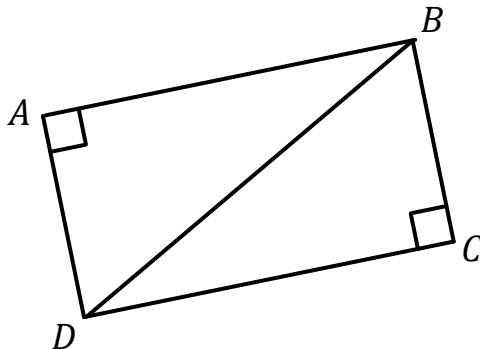
Математика НОВА

ГЕОМЕТРІЯ 7 / СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА. ЗОВНІШНІЙ
КУТ ТРИКУТНИКА. НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА

Контрольна робота



4. (2 б) Доведіть, що якщо на рисунку $\angle A$ і $\angle C$ прямі і $DC = AB$, то $\triangle DAB = \triangle BCD$



Дано:

$$\angle A = 90^\circ;$$

$$\angle C = 90^\circ;$$

$$DC = AB;$$

Довести:

$$\triangle DAB = \triangle BCD$$

Доведення:

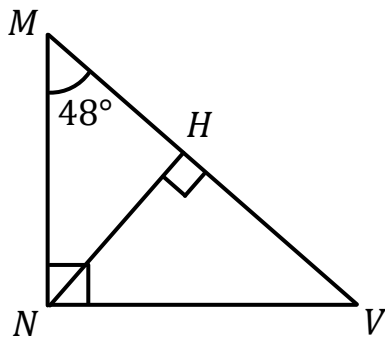
Розглянемо прямокутні трикутники DAB і BCD :

$$\left. \begin{array}{l} DC = AB \\ DB - \text{спільна гіпотенуза} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle DAB = \triangle BCD \text{ (за гіпотенузою і катетом)}$$

Доведено

Достатній рівень

5. (1 б) У прямокутному трикутнику MNV з прямим кутом N і $\angle M = 48^\circ$ побудована висота NH . Знайдіть $\angle HNV$.



Дано:

$\triangle MNV$ – прямокутний трикутник;

$$\angle N = 90^\circ;$$

$$\angle M = 48^\circ;$$

NH – висота;

Знайти:

$$\angle HNV = ?$$

Розв'язання:

Розглянемо прямокутний $\triangle MNV$:

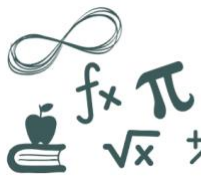
$$\angle V = 90^\circ - \angle M = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ \text{ (за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника)}$$

$$NH - \text{висота} \rightarrow \angle NHV = 90^\circ$$

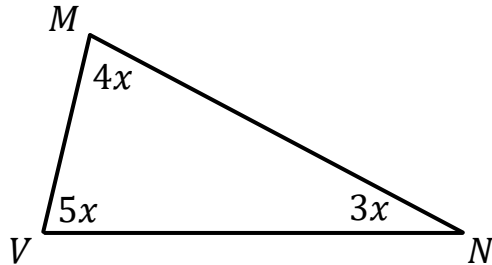
Розглянемо прямокутний $\triangle NHV$:

$$\angle HNV = 90^\circ - \angle NHV = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ \text{ (за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника)}$$

Відповідь: 48°



6. (2 б) Кути трикутника відносяться як 3:4:5. Знайдіть кут V , якщо MN найбільша сторона.



Дано:

MNP – трикутник;

MN – найбільша сторона;

Кути трикутника відносяться як 3: 4: 5;

Знайти:

$\angle V$ – ?

Розв'язання:

Так як MN – найбільша сторона $\triangle MNP$, то за теоремою про співвідношення між сторонами і кутами трикутника:

$\angle V$ – найбільший кут $\triangle MNP$

За теоремою про суму кутів трикутника:

$$\angle N + \angle M + \angle V = 180^\circ$$

Нехай:

$$\angle N = 3x$$

$$\angle M = 4x$$

$$\angle V = 5x$$

Тоді:

$$3x + 4x + 5x = 180^\circ$$

$$12x = 180^\circ$$

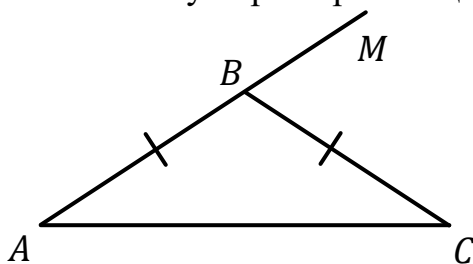
$$x = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$$

$$\angle V = 5x = 5 \cdot 15^\circ = 75^\circ$$

Відповідь: 75°

Високий рівень

7. (1 б) У рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює 18° . Знайдіть зовнішній кут при вершині цього трикутника.



Дано:

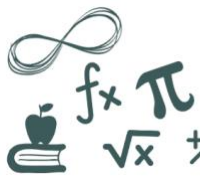
$\triangle ABC$ – рівнобедрений;

AC – основа;

$\angle A = 18^\circ$;

Знайти:

$\angle CBM$ – ?



Розв'язання:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений $\rightarrow \angle A = \angle C = 18^\circ$ (як кути при основі рівнобедреного трикутника)

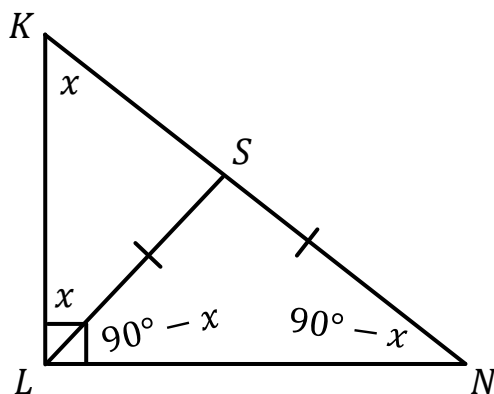
$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$ (за теоремою про суму кутів трикутника)

$$\angle B = 180^\circ - 18^\circ - 18^\circ = 144^\circ$$

$\angle CBM = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$ (за теоремою про суміжні кути)

Відповідь: 36°

8. (2 б) У прямокутному трикутнику KLN (кут L – прямий) на гіпотенузі взяли точку S так, що $\angle SKL = \angle KLS$. Доведіть, що $SL = SN$



Дано:

$\triangle KLN$ – прямокутний;

$\angle L = 90^\circ$;

$\angle SKL = \angle KLS$;

Довести:

$SL = SN$

Доведення:

Нехай:

$$\angle SKL = \angle KLS = x$$

Розглянемо прямокутний $\triangle KLN$:

$$\angle N = 90^\circ - \angle K = 90^\circ - x \quad (\text{за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника})$$

Розглянемо трикутник SLN :

$$\angle SLN = \angle KLN - \angle KLS = 90^\circ - x \quad (\text{за основною властивістю вимірювання кутів})$$

$$\angle SNL = \angle SLN = 90^\circ - x \rightarrow \triangle SLN \text{ – рівнобедрений}$$

$$\triangle SLN \text{ – рівнобедрений} \rightarrow SL = SN$$

Доведено