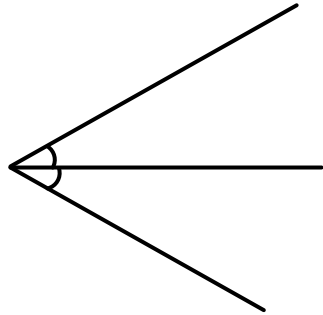
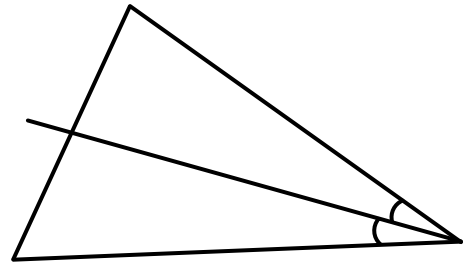


### Варіант 1

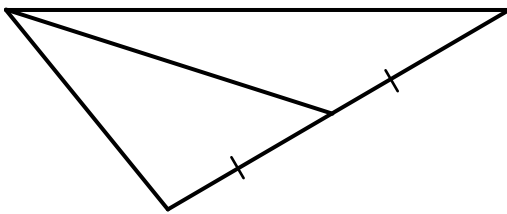
1. (1 б) Бісектриса трикутника зображена на трикутнику:



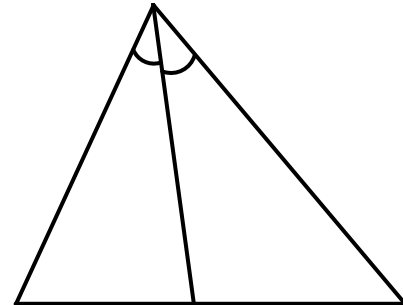
А)



Б)



В)



Г)

*\*Так як **бісектриса трикутника** – це відрізок бісектриси кута, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони*

2. (1 б) Який з елементів може не лежати усередині трикутника?

А) Медіана

Б) Бісектриса

**В) Висота**

Г) Такого елементу не існує

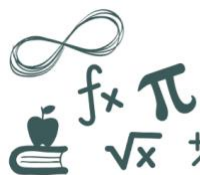
3. (1 б) У рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з основою  $AC$  відрізок  $BD$  є висотою трикутника. Тоді  $BD$  є також:

А) Бісектрисою трикутника;

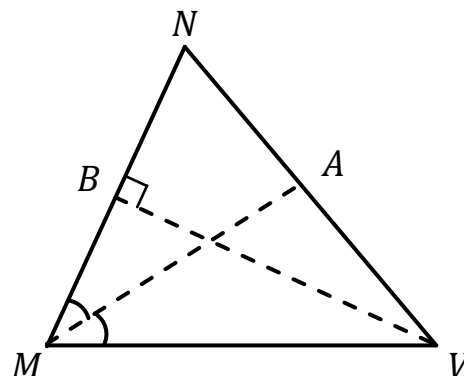
Б) Медіаною трикутника;

**В) Перпендикуляром, що проведений з точки  $B$  до прямої  $AC$ , а також медіаною і бісектрисою трикутника;**

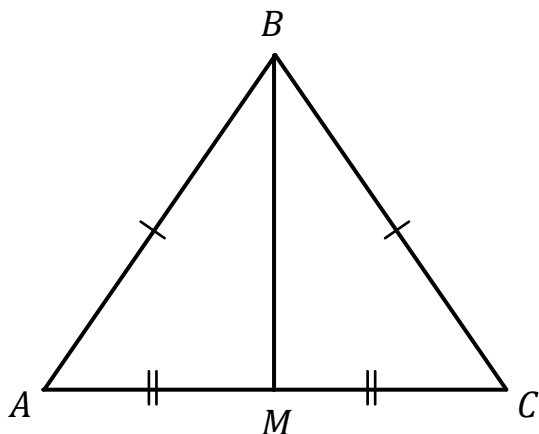
Г) Медіаною і бісектрисою трикутника;



4. (1 б) Використовуючи транспортир і кутник, побудуйте бісектрису  $MA$  і висоту  $VB$  трикутника  $MNV$ , що зображений на рисунку.



5. (2 б) Периметр трикутника  $ABC$  дорівнює 20 см, а довжина його медіани  $BM$  дорівнює 4 см. Знайдіть периметр трикутника  $ABM$ , якщо  $AB = BC$ .



**Дано:**

$$P_{\triangle ABC} = 20 \text{ см};$$

$BM$  – медіана;

$$BM = 4 \text{ см};$$

$$AB = BC;$$

**Знайти:**

$$P_{\triangle ABM} - ?$$

**Розв'язок:**

$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABC} = 20 \text{ см} \\ AB = BC \end{array} \right| \rightarrow AC = P_{\triangle ABC} - AB - BC = 20 - 2AB$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC$$

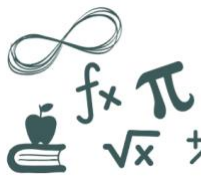
$$\left. \begin{array}{l} BM - \text{медіана} \\ AM = \frac{AC}{2} \end{array} \right| \rightarrow AM = \frac{20 - 2AB}{2} = 10 - AB$$

$$AC = 20 - 2AB$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABM} = AB + BM + AM \\ AM = 10 - AB \end{array} \right| \rightarrow P_{\triangle ABM} = AB + BM + 10 - AB = BM + 10$$

$$P_{\triangle ABM} = BM + 10 = 4 + 10 = 14 \text{ см}$$

**Відповідь:** 14 см



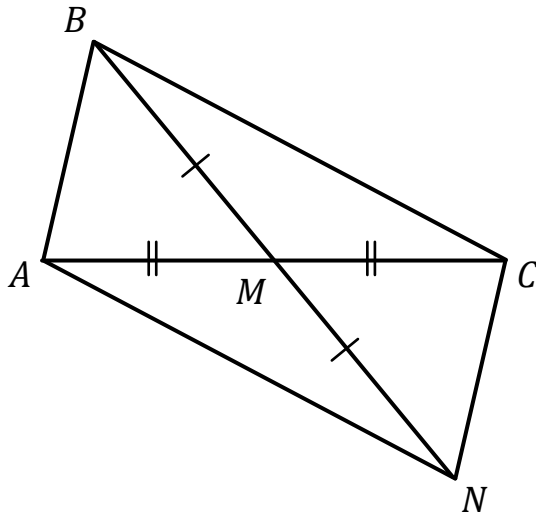
# Математика НОВА

## ГЕОМЕТРІЯ 7 / МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА. ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ

Самостійна робота



6. (1 б) На продовженні медіани  $BM$  трикутника  $ABC$  позначено точку  $N$  так, що  $BM = MN$ . Доведіть, що  $\triangle BMA = \triangle NMC$



**Дано:**

$\triangle ABC$ ;  
 $BM$  – медіана  $\triangle ABC$ ;  
 $BN$  – промінь;  
 $BM = MN$ ;

**Довести:**

$\triangle BMA = \triangle NMC$

**Доведення:**

$BM$  – медіана  $\triangle ABC \rightarrow MA = MC$

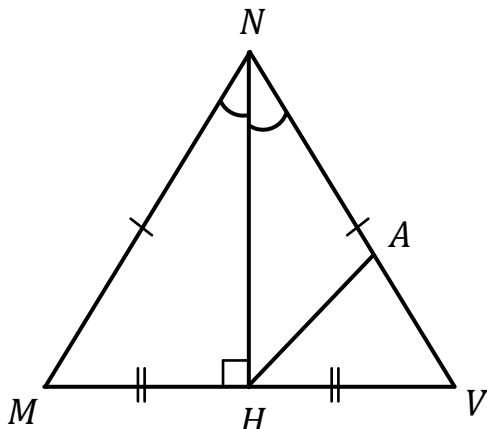
$\angle BMA = \angle NMC$  (за теоремою про вертикальні кути)

Розглянемо трикутники  $BMA$  і  $NMC$ :

$$\left. \begin{array}{l} MA = MC \\ MB = MN \\ \angle BMA = \angle NMC \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle BMA = \triangle NMC \\ \text{(за першою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

**Доведено**

7. (2 б) У рівнобедреному трикутнику  $MNV$  з основою  $MV$  побудована бісектриса  $NH$ , а в трикутнику  $NHV$  – бісектриса  $HA$ . Знайдіть кут  $AHV$ .

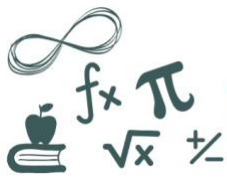


**Дано:**

$\triangle MNV$  – рівнобедрений;  
 $MV$  – основа  $\triangle MNV$ ;  
 $NH$  – бісектриса;  
 $HA$  – бісектриса  $\triangle NHV$ ;

**Знайти:**

$\angle AHV$  - ?



### Розв'язок:

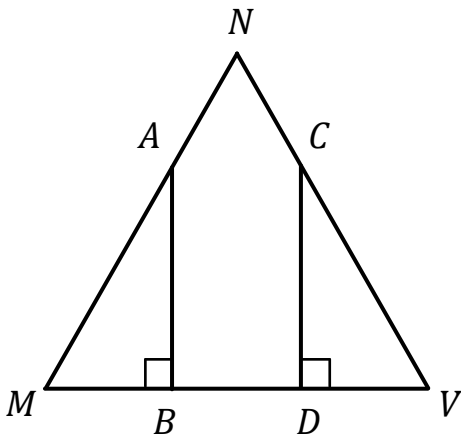
$NH$  – бісектриса, медіана і висота (за властивістю бісектриси, що проведена до основи рівнобедреного трикутника)

$NH$  – висота, отже  $\angle NHV = 90^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} NH - \text{бісектриса } \triangle NHV \\ \angle NHV = 90^\circ \end{array} \right| \rightarrow \angle ANH = \frac{\angle NHV}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

**Відповідь:**  $\angle ANH = 45^\circ$

8. (3 б) Дано  $MN = NV$ ,  $AB \perp MV$ ,  $CD \perp MV$ ,  $MB = DV$ . Доведіть, що  $AB = CD$ .



**Дано:**

$\triangle MNV$ ;

$MN = NV$ ;

$AB \perp MV$ ;

$CD \perp MV$ ;

$MB = DV$ ;

**Довести:**

$AB = CD$

### Доведення:

$MN = NV \rightarrow \triangle MNV$  – рівнобедрений  $\rightarrow \angle NMV = \angle NVM$ ;

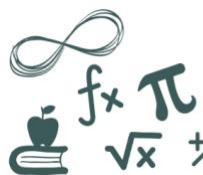
$\left. \begin{array}{l} AB \perp MV \\ CD \perp MV \end{array} \right| \rightarrow \angle ABM = \angle CDV = 90^\circ$

Розглянемо трикутники  $ABM$  і  $CDV$ :

$$\left. \begin{array}{l} MB = DV \\ \angle ABM = \angle CDV = 90^\circ \\ \angle NMV = \angle NVM \end{array} \right| \rightarrow \begin{array}{l} \triangle ABM = \triangle CDV \\ \text{(за другою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

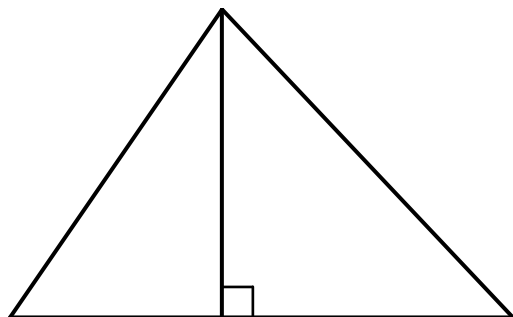
$\triangle ABM = \triangle CDV \rightarrow AB = CD$  (як відповідні елементи рівних трикутників)

**Доведено**

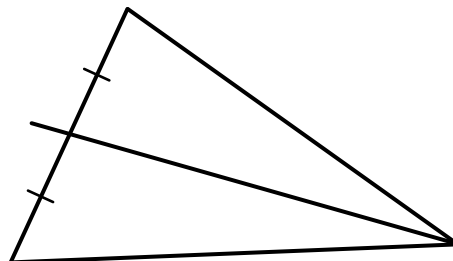


### Варіант 2

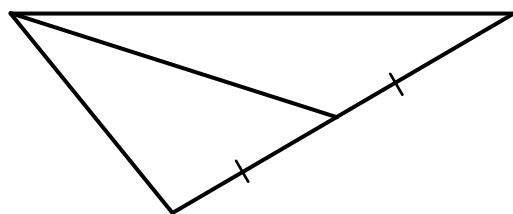
1. (1 б) Медіана трикутника зображена на рисунку:



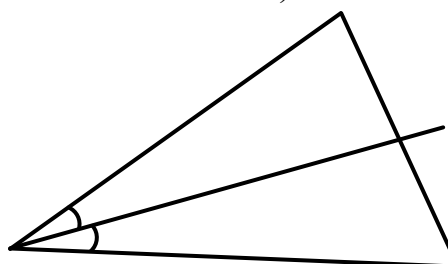
А)



Б)



В)



Г)

*\*Так як **медіана** трикутника – це відрізок, що сполучає вершину трикутника з серединою протилежної сторони*

2. (1 б) Який з елементів завжди лежить усередині трикутника?

А) Медіана

В) Висота

Б) Бісектриса

Г) Такого елементу не існує

3. (1 б) Якщо трикутник є рівнобедреним, то:

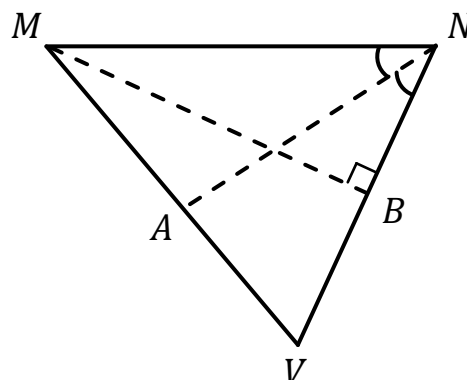
А) Він також є прямокутним;

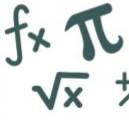
Б) Кути при основі завжди рівні;

В) Будь яка його медіана є бісектрисою і висотою;

Г) Він є також рівностороннім;

4. (1 б) Використовуючи транспортир і кутник, побудуйте бісектрису  $NA$  і висоту  $MB$  трикутника  $MNV$ , що зображений на рисунку.





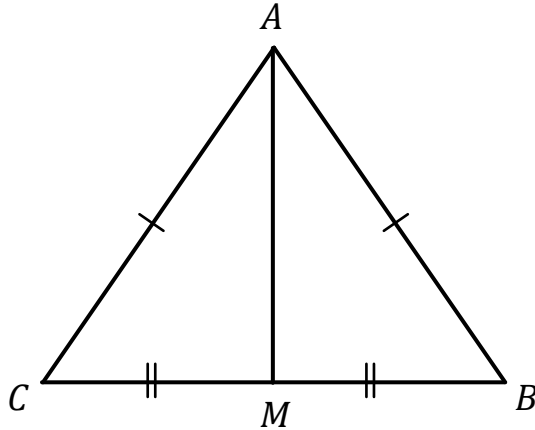
# Математика НОВА

## ГЕОМЕТРІЯ 7 / МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА. ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ

Самостійна робота



5. (2 б) Периметр трикутника  $ABC$  дорівнює 72 см, а довжина його медіани  $AM$  дорівнює 12 см. Знайдіть периметр трикутника  $ABM$ , якщо  $AB = AC$



**Дано:**

$$P_{\triangle ABC} = 72 \text{ см};$$

$AM$  – медіана;

$$AM = 12 \text{ см};$$

$$AB = AC;$$

**Знайти:**

$$P_{\triangle ABM} - ?$$

**Розв'язок:**

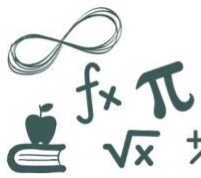
$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABC} = 72 \text{ см} \\ AB = AC \\ P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC \end{array} \right| \rightarrow BC = P_{\triangle ABC} - AB - AC = 72 - 2AB$$

$$\left. \begin{array}{l} AM - \text{медіана} \\ BM = \frac{BC}{2} \\ BC = 72 - 2AB \end{array} \right| \rightarrow BM = \frac{72 - 2AB}{2} = 36 - AB$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABM} = AB + BM + AM \\ BM = 36 - AB \end{array} \right| \rightarrow P_{\triangle ABM} = AB + AM + 36 - AB$$

$$P_{\triangle ABM} = AM + 36 = 12 + 36 = 48 \text{ см}$$

**Відповідь:** 48 см



# Математика НОВА

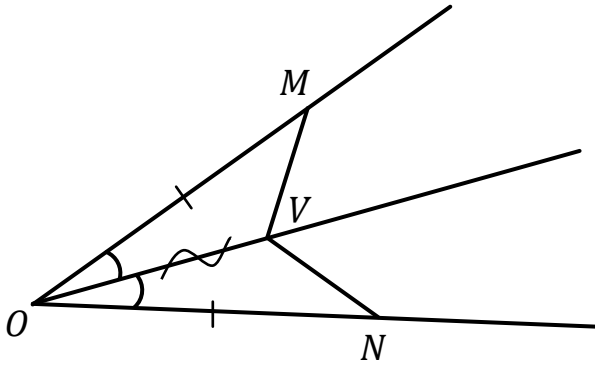
Самостійна робота



## ГЕОМЕТРІЯ 7 / МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА. ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ



6. (1 б) На сторонах кута на однакові відстані від його вершини  $O$  позначено точки  $M$  і  $N$ , а на бісектрисі цього кута – точка  $V$ . Доведіть, що  $\triangle OMV = \triangle ONV$ .



**Дано:**

$OV$  – бісектриса кута  $MON$ ;  
 $OM = ON$ ;

**Довести:**

$\triangle OMV = \triangle ONV$

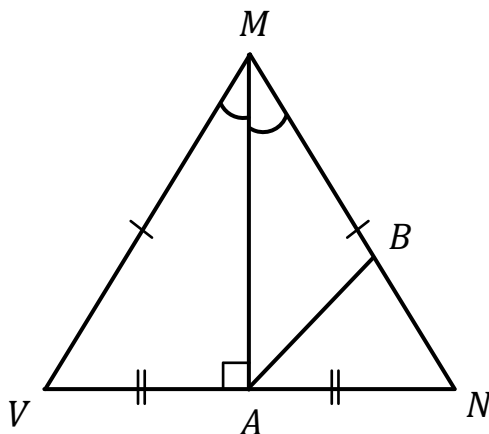
**Доведення:**

Розглянемо трикутники  $OMV$  і  $ONV$ :

$$\left. \begin{array}{l} OM = ON \text{ (за умовою)} \\ OV - \text{спільна сторона} \\ \angle MOV = \angle NOV \text{ (} OV\text{-бісектриса кута } MON\text{)} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle OMV = \triangle ONV \\ \text{(за першою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

**Доведено**

7. (2 б) У рівнобедреному трикутнику  $MNV$  з основою  $NV$  побудовано медіану  $MA$ , а в трикутнику  $MAN$  – бісектрису  $AB$ . Знайдіть кут  $VAB$ .



**Дано:**

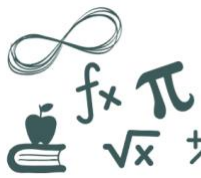
$\triangle MNV$  – рівнобедрений;  
 $NV$  – основа  $\triangle MNV$ ;  
 $MA$  – медіана;  
 $AB$  – бісектриса  $\triangle MAN$ ;

**Знайти:**

$\angle VAB$  - ?

**Розв'язок:**

$MA$  – медіана, висота і бісектриса (медіана рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є висотою і бісектрисою)



# Математика НОВА

## ГЕОМЕТРІЯ 7 / МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА. ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ

Самостійна робота



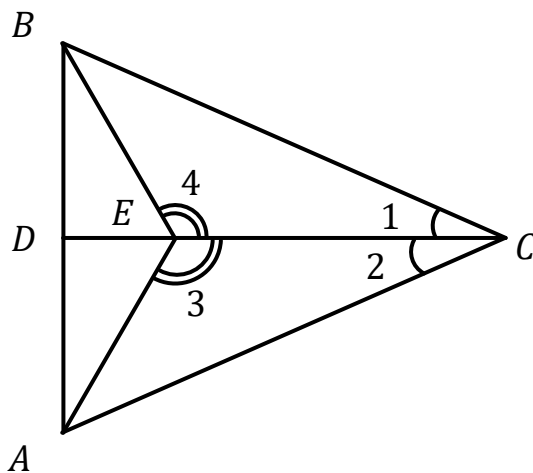
$MA$  – висота, отже  $\angle MAV = \angle MAN = 90^\circ$

$AB$  – бісектриса  $\triangle MAN$  |  $\angle MAN = 90^\circ \rightarrow \angle MAB = \frac{\angle MAN}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$\angle VAB = \angle MAV + \angle MAB = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$  (за властивістю вимірювання кутів)

**Відповідь:**  $\angle VAB = 135^\circ$

8. (3 б) Відомо, що  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . Доведіть, що  $BD = AD$



**Дано:**

$$\angle 1 = \angle 2;$$

$$\angle 3 = \angle 4;$$

**Довести:**

$$BD = AD$$

**Доведення:**

Розглянемо трикутники  $BEC$  і  $AEC$ :

$$\begin{array}{l|l} EC - \text{спільна сторона} & \triangle BEC = \triangle AEC \\ \angle 1 = \angle 2 & \text{(за другою ознакою} \\ \angle 3 = \angle 4 & \text{рівності трикутників)} \end{array} \rightarrow$$

$$\triangle BEC = \triangle AEC \rightarrow BE = AE \text{ (як відповідні елементи рівних трикутників)}$$

Розглянемо кути  $BED$  і  $AED$ :

$$\begin{array}{l|l} \angle BED = 180^\circ - \angle 4 & \text{(за теоремою про} \\ \angle AED = 180^\circ - \angle 3 & \text{суму суміжних кутів)} \\ \angle 3 = \angle 4 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \angle BED = \angle AED \\ \text{(від рівних кутів} \\ \text{віднімаємо рівні кути)} \end{array}$$

Розглянемо трикутники  $BED$  і  $AED$ :

$$\begin{array}{l|l} BE = AE & \triangle BED = \triangle AED \\ DE - \text{спільна сторона} & \text{(за першою ознакою} \\ \angle BED = \angle AED & \text{рівності трикутників)} \end{array} \rightarrow$$

$$\triangle BED = \triangle AED \rightarrow BD = AD \text{ (як відповідні елементи рівних трикутників)}$$

**Доведено**