



Тема: Медіана, бісектриса і висота трикутника. Властивість бісектриси рівнобедреного трикутника

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти поняття медіани, бісектриси і висоти трикутника; засвоїти властивість бісектриси рівнобедреного трикутника на наслідки з неї;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

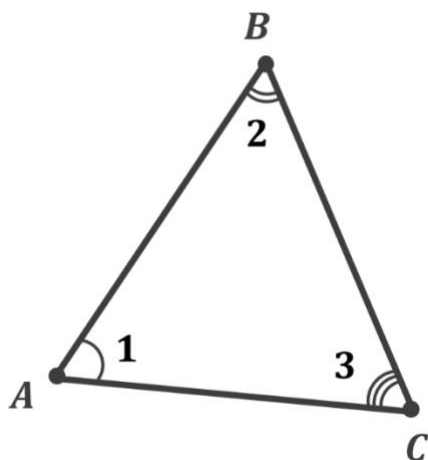
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Які ви знаєте елементи трикутників?
(Учні висловлюють власні відповіді)



Кожен трикутник має:

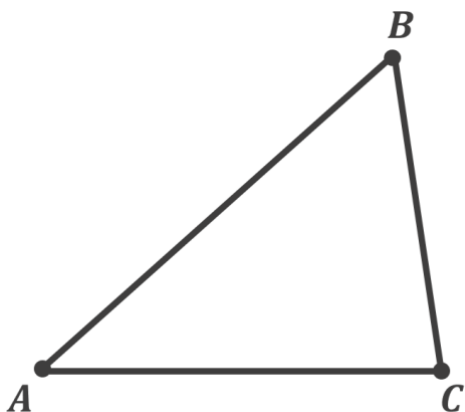
Три вершини (A , B , C)
Три сторони (AB , BC , AC)
Три кути (1, 2, 3)

- Яка вершина є протилежною до сторони AB ?
(Вершина C є протилежною до сторони AB)

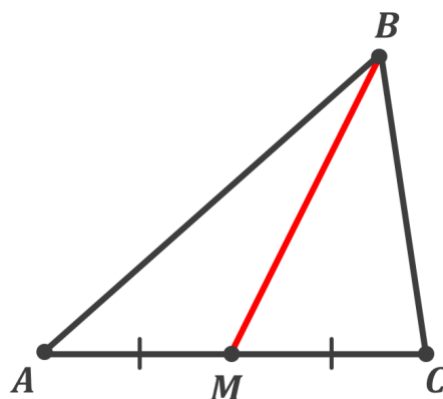
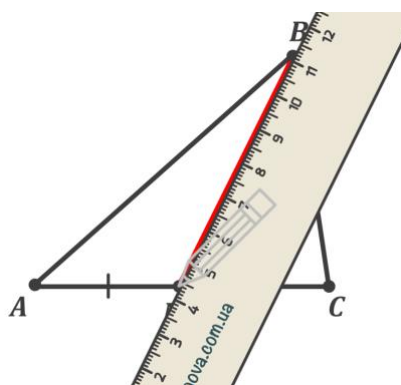
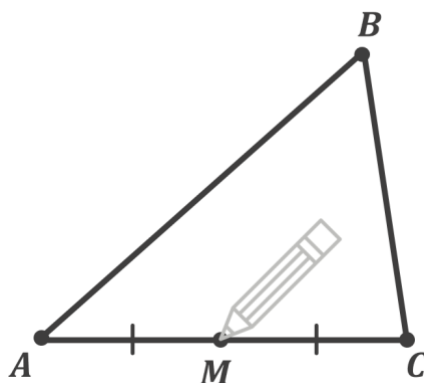
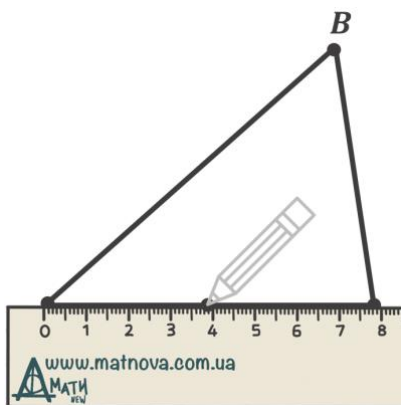
- Яка сторона є протилежною до вершини A ?
(Сторона BC є протилежною до вершини A)
- Які кути є прилеглими до сторони AC ?
(Кути 1 і 3 є прилеглими до сторони AC)

Сьогодні ми познайомимося з «чудовими лініями» трикутників – це їх **медіани, бісектриси і висоти**

III. Вивчення нового матеріалу



- Поділіть протилежну до вершини B сторону трикутника навпіл
- З'єднайте вершину B із серединою протилежної до неї сторони



Медіана трикутника – це відрізок, що сполучає вершину трикутника з серединою протилежної сторони.

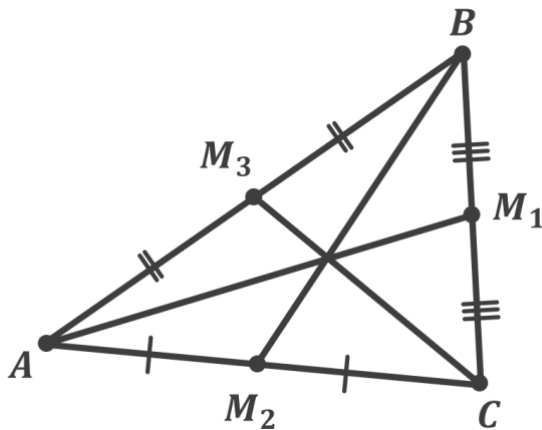
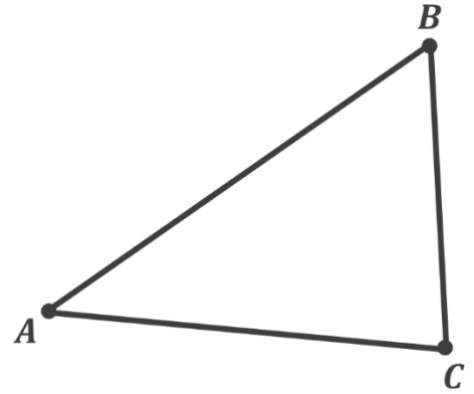


Відрізок BM – медіана $\triangle ABC$



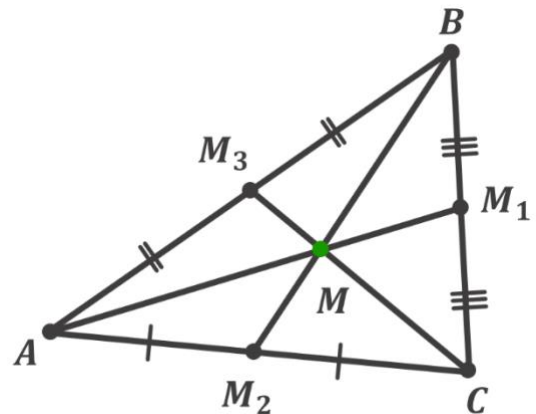
Медіана, що проведена з вершини B до сторони AC

- Накресліть довільний трикутник



- Побудуйте всі його медіани

- Що ви помітили?
(Медіани трикутника перетнулися в одній точці)
- Повторіть експеримент ще для двох трикутників. Якщо ви помітили якусь властивість, то сформулюйте її.
(Учні висловлюють власну думку)



Медіани будь-якого трикуiskого трикутника перетинаються в одній точці (яка називається **центроїдом** трикутника) і діляться цією точкою у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини.



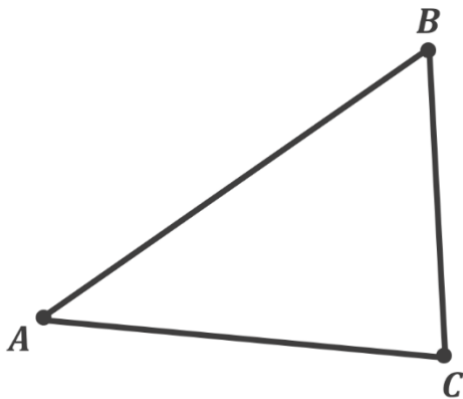
M – центроїд $\triangle ABC$



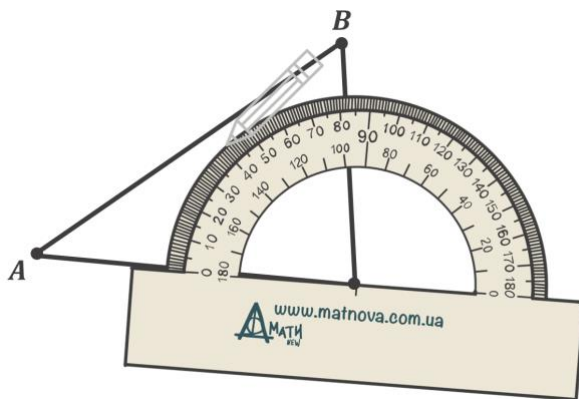
Доведемо цю властивість у старших класах

➤ Що таке бісектриса кута?

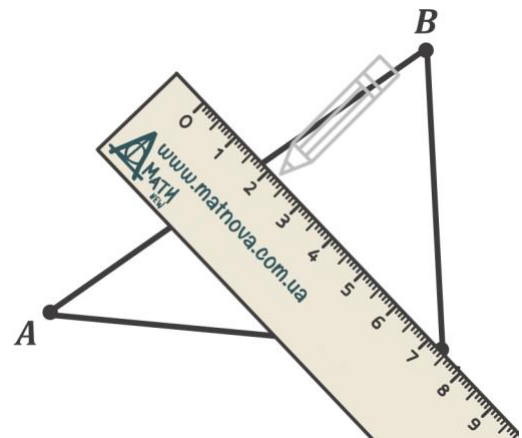
(Бісектрисою кута називають промінь, який виходить з його вершини і ділить кут навпіл)



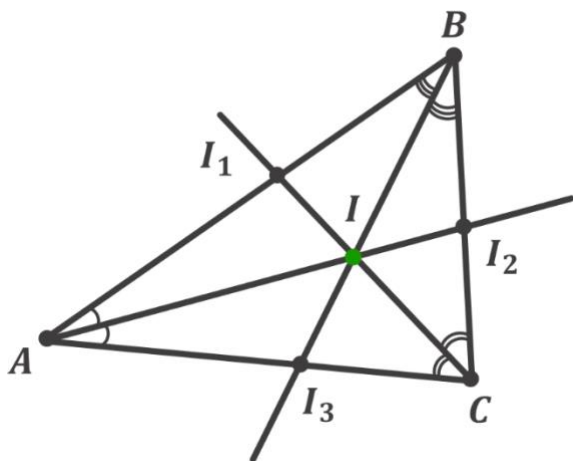
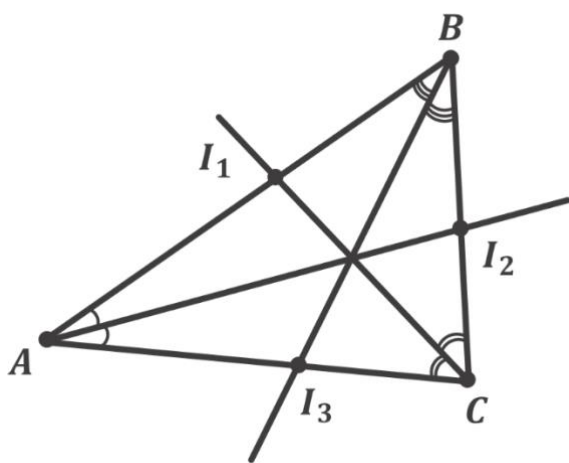
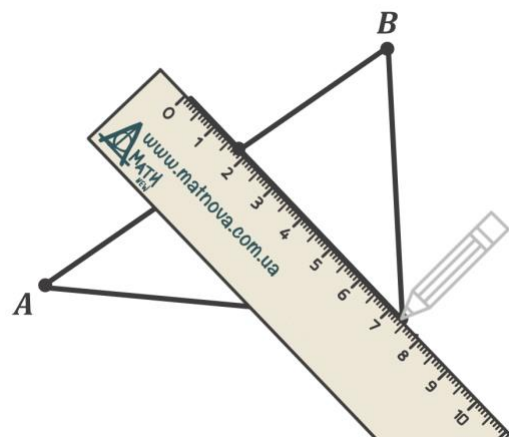
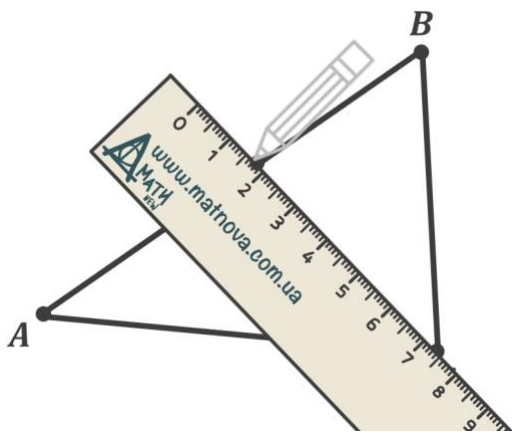
- Накресліть довільний трикутник
- Побудуйте бісектриси для кожного кута



1. Ділимо кут навпіл



2. Прикладаємо лінійку

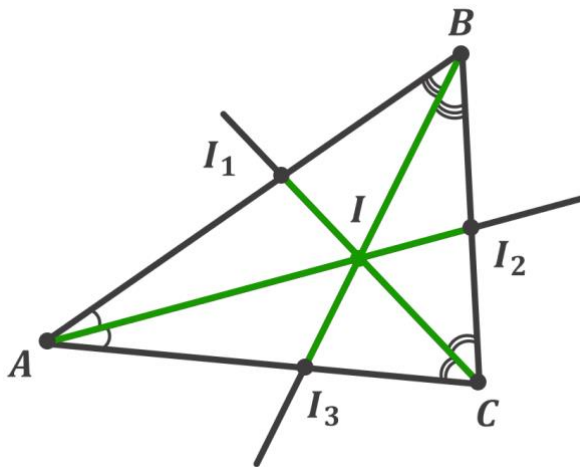


Бісектриси кутів трикутника перетинаються в одній точці, ця точка називається **інцентром**.





Доведемо цю властивість у старших класах



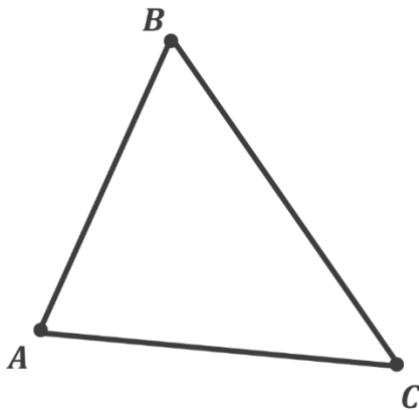
Бісектриса трикутника – це відрізок бісектриси кута, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони.

- Чим відрізняється бісектриса кута від бісектриси трикутника?
(Бісектриса кута – це промінь, бісектриса трикутника – це відрізок)

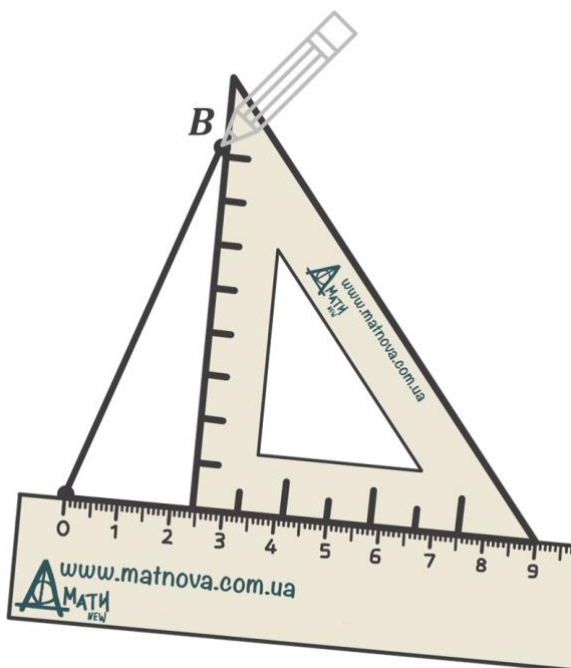


Відрізки CI_1 , AI_2 , BI_3 – бісектриси $\triangle ABC$

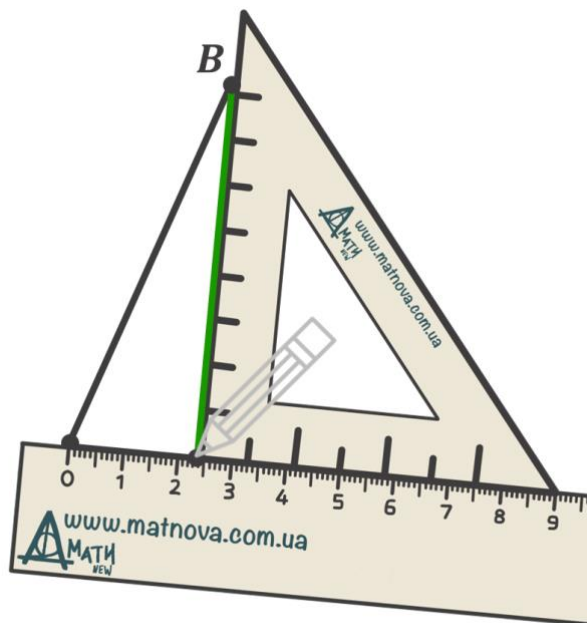
- Які трикутники називаються гострокутними?
(Ті, в яких всі кути – гострі)



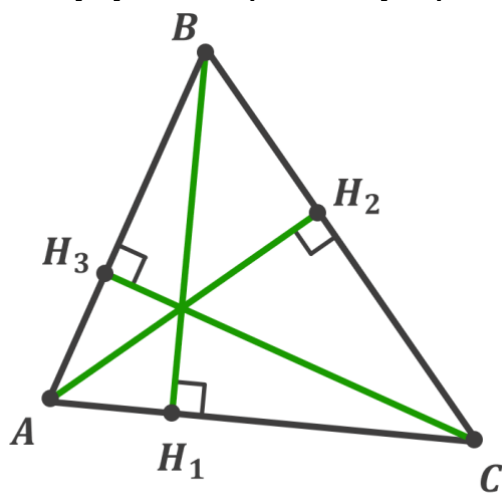
- Накресліть довільний гострокутний трикутник
- Побудуйте перпендикуляр з кожної вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону



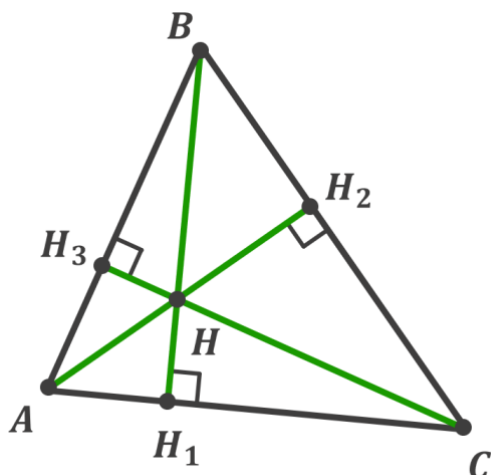
1. Прикладемо лінійку до протилежної сторони вершини, з якої будемо будувати перпендикуляр



2. Проведемо перпендикуляр



3. Виконаємо аналогічні дії, щоб побудувати решту перпендикулярів



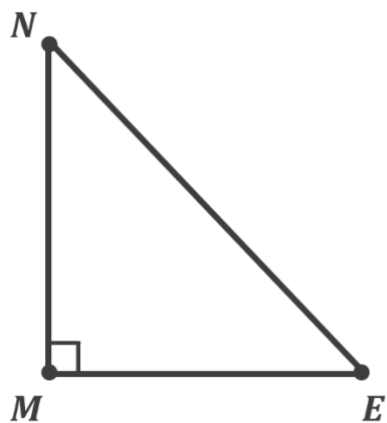
- Що ви помітили?
(Всі перпендикуляри перетнулися в одній точці)

Висота трикутника – це перпендикуляр, що проведений з вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону.



Відрізки CH_1 , AI_2 , BI_3 – бісектриси $\triangle ABC$

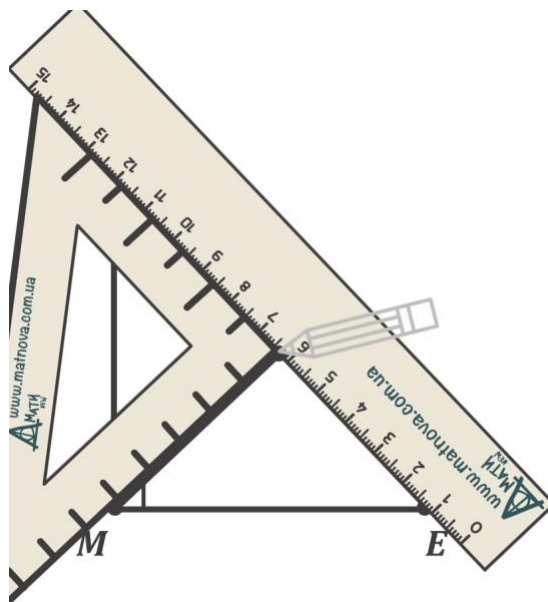
- Скільки висот може мати трикутник?
(Учні висловлюють власну думку)
- Який трикутник називається прямокутним?
(Той, в якого один з кутів - прямий)



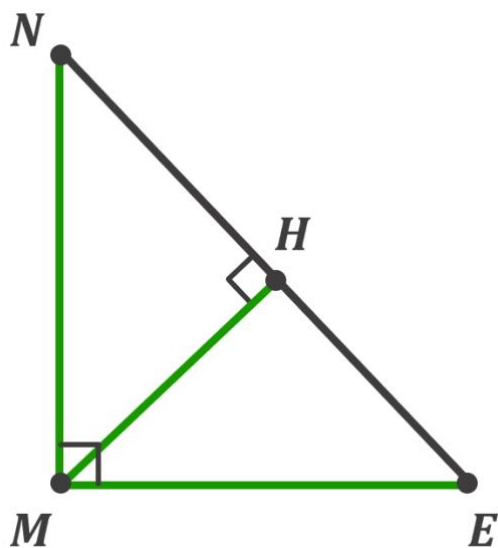
- Накресліть довільний прямокутний трикутник
- Побудуйте всі три висоти цього трикутника



1



2



MH, NM, EM – висоти $\triangle NME$

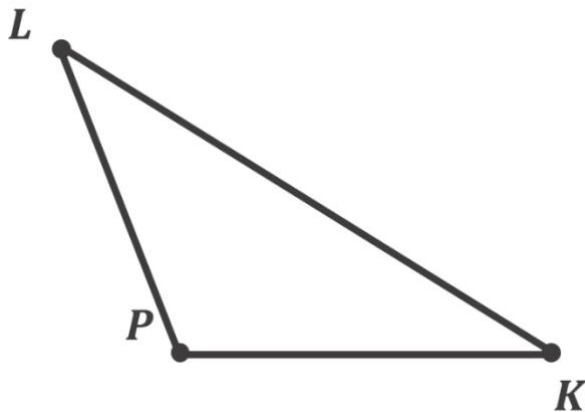


Дві висоти прямокутного трикутника збігаються з його сторонами

- Скільки висот можна побудувати у трикутнику з вершини M ? Назвіть їх всі.
(Учні висловлюють власну думку)

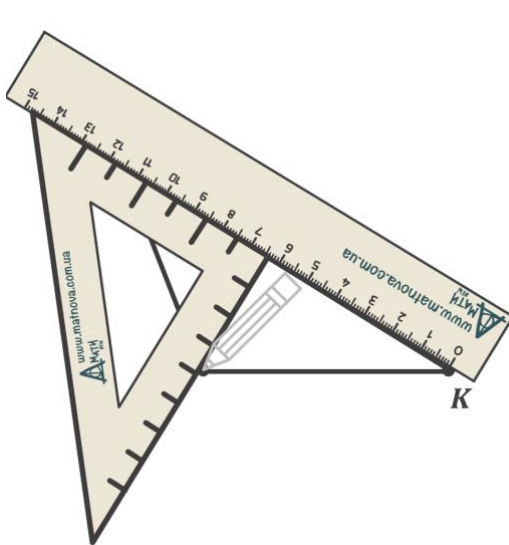
Так як через будь-яку точку площини проходить лише одна пряма, перпендикулярна до даної – з **кожної вершини трикутника можна побудувати тільки одну його висоту**.

- Чи мають спільну точку перетину всі три висоти $\triangle NME$?
(Так, одна з вершин трикутника є точкою перетину всіх висот прямокутного трикутника – це точка M)
- Який трикутник називається тупокутним?
(Той, в якого один з кутів - тупий)

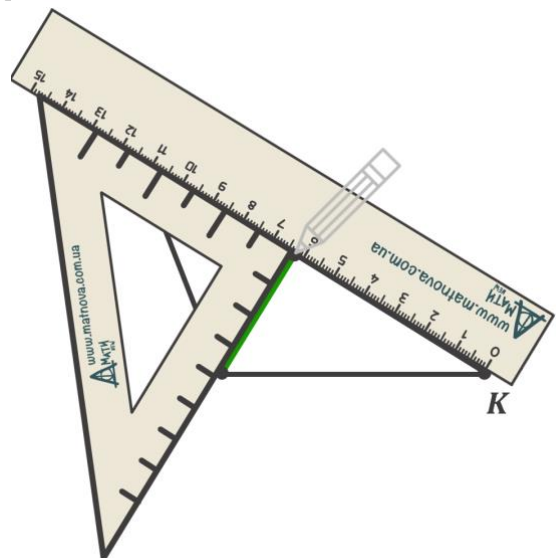


- Накресліть довільний тупокутний трикутник
- Побудуємо всі три висоти цього трикутника

Побудова висоти з вершини тупого кута

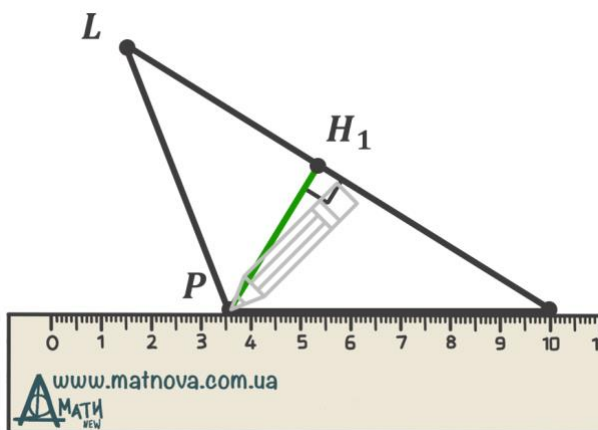


1

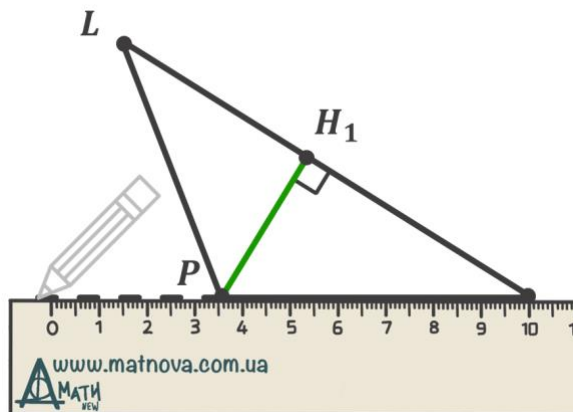


2

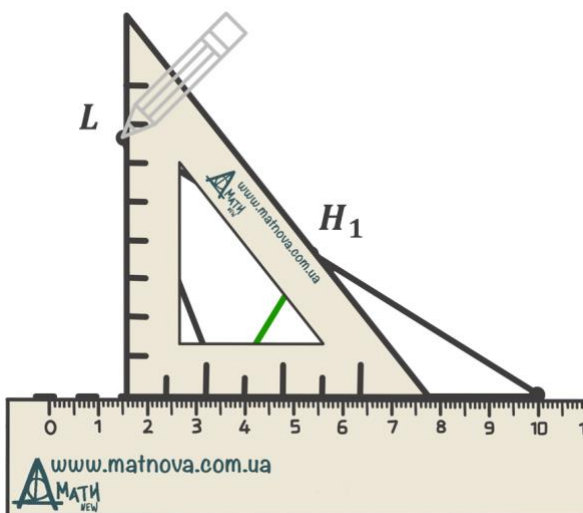
Побудова двох інших висот



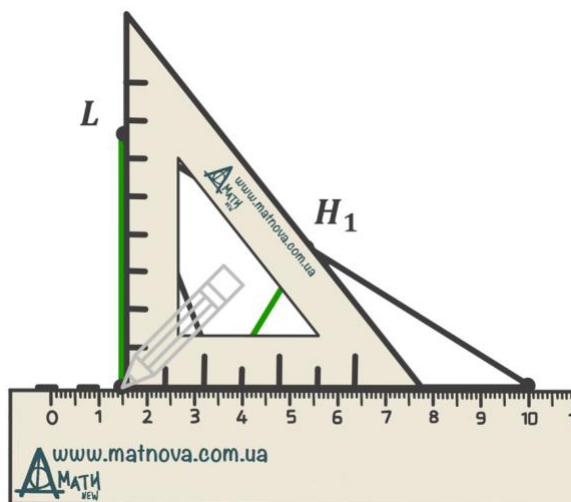
1. Прикладемо лінійку до сторони, що є протилежною вершині, з якої будемо будувати перпендикуляр



2. Продовжимо цю сторону



3. Прикладемо кутник до лінійки і до вершини, з якої будемо будувати перпендикуляр



4. Проведемо перпендикуляр до прямої, що містить його протилежну сторону



5. Виконаємо аналогічні дії для останньої вершини

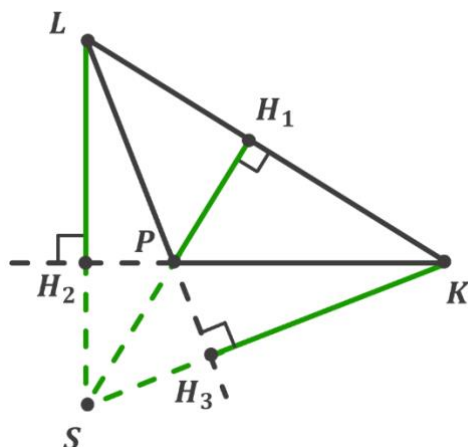


PH_1, LH_2, KH_3 – висоти $\triangle LK$



Дві висоти тупокутного трикутника не належать йому

- Чи мають спільну точку перетину всі три висоти $\triangle LK$?
(Учні висловлюють власну думку)



Висоти тупокутного трикутника не мають спільної точки перетину, але якщо ми продовжимо ці висоти – вони перетнуться в одній точці.

Три висоти або їх продовження будь-якого трикутника завжди перетинаються в одній точці, яка називається **ортоцентром** трикутника.



- Назвіть ортоцентр кожного трикутника
 H – ортоцентр $\triangle ABC$;
 M – ортоцентр $\triangle NME$;
 S – ортоцентр $\triangle LPK$;

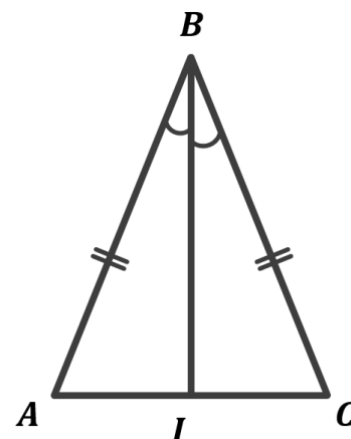
Теорема (властивість бісектриси рівнобедреного трикутника)

У рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою.

- Що нам дано і що необхідно довести?
(Учні висловлюють власну думку)

Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;
 AC – основа;
 BI – бісектриса;



Довести:

BI – медіана і висота;

Доведення:

Розглянемо трикутники ABI і CBI :

$$\left. \begin{array}{l} AB = BC \text{ (бічні сторони } \triangle ABC) \\ \angle ABI = \angle CBI \text{ (} BI \text{ – бісектриса)} \\ BI \text{ – спільна сторона} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle ABI = \triangle CBI \\ \text{(за першою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

- Який можемо зробити висновок?
(Учні висловлюють власну думку відносно того, як можна скористатися рівністю трикутників ABI і CBI)

$\triangle ABI = \triangle CBI \rightarrow AI = CI$ як відповідні сторони рівних трикутників, отже BI – медіана.

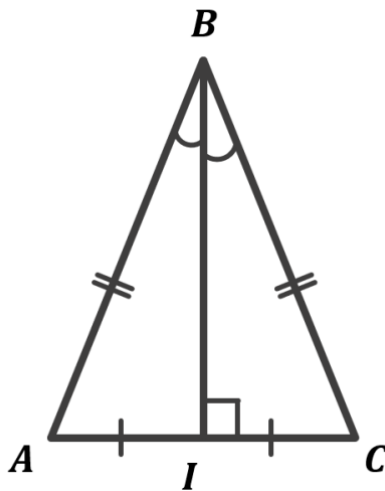
- Що ще впливає з рівності трикутників $\triangle ABI$ і $\triangle CBI$?
(Учні висловлюють власну думку)

$\triangle ABI = \triangle CBI \rightarrow \angle BIA = \angle BIC$, як відповідні кути рівних трикутників

- Що ще можемо сказати про кути BIA та BIC ?
(Ці кути є суміжними)

$\angle BIA = \angle BIC$
Кути BIA і BIC – суміжні $\left| \rightarrow \right.$ $\angle BIA = \angle BIC = 90^\circ$
отже BI – висота $\triangle ABC$

Доведено



- Якщо ми знаємо, що у рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою – який можемо зробити висновок?
(Учні висловлюють власну думку)

Наслідок 1

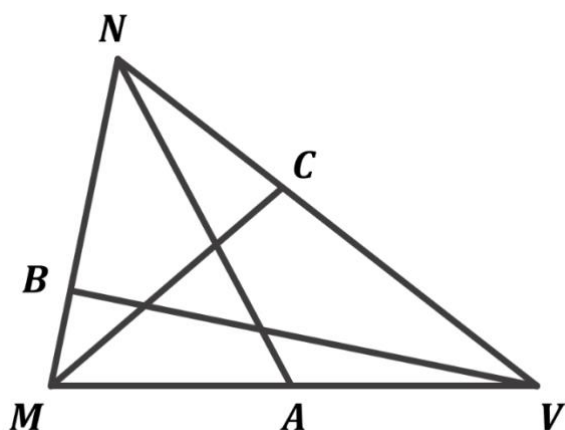
Медіана рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є висотою і бісектрисою.

Наслідок 2

Висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою.

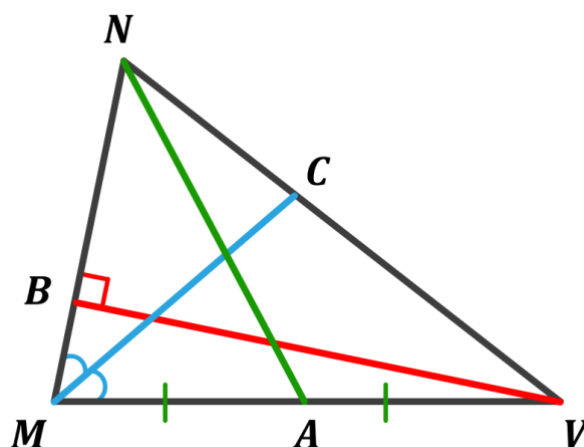
IV. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

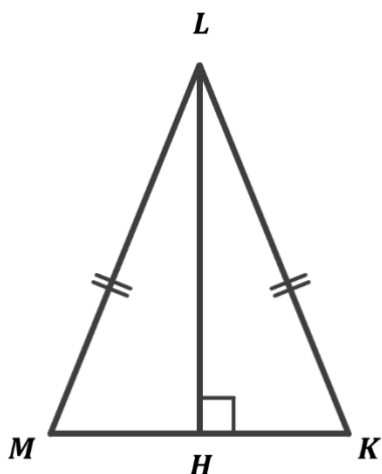


На рисунку зображені бісектриса, висота і медіана трикутника MNV . Знайдіть ці відрізки.

Відповідь: NA – медіана;
 MC – бісектриса;
 VB – висота;



№2



На рисунку LH – висота рівнобедреного $\triangle MLK$ з основою MK . Запишіть три пари рівних кутів і дві пари рівних відрізків, що є на цьому рисунку.

Розв'язок:

$\angle MLH = \angle HLK$ (Так як висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою);

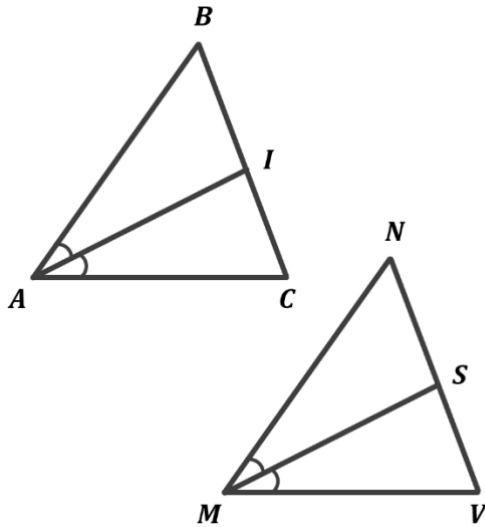
$\angle LMH = \angle LKH$ (Так як кути при основі рівнобедреного трикутника є рівними)

$\angle LHM = \angle LHK$ (Так як LH – висота $\triangle MLK$)

$LM = LK$ (як бічні сторони рівнобедреного трикутника)

$MH = HK$ (Так як висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою)

AI і MS - відповідно бісектриси рівних трикутників ABC і MNV . Доведіть, що $\triangle AIC = \triangle MSV$



Дано:

$$\triangle ABC = \triangle MNV;$$

AI і MS – відповідні бісектриси $\triangle ABC$ і $\triangle MNV$;

Довести:

$$\triangle AIC = \triangle MSV$$

Доведення:

Так як $\triangle ABC = \triangle MNV$, то:

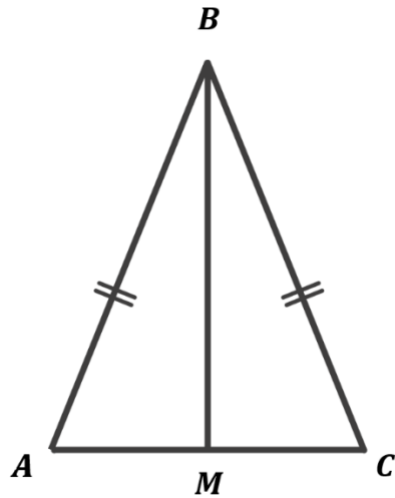
$$\left. \begin{array}{l} AC = MV \\ \angle A = \angle M \\ \angle C = \angle V \end{array} \right\} \text{ як відповідні елементи рівних трикутників}$$

Розглянемо $\triangle AIC$ і $\triangle MSV$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle IAC = \angle SMV \text{ (як половини)} \\ AC = MV \text{ (рівних кутів)} \\ \angle C = \angle V \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle AIC = \triangle MSV \\ \text{(за другою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

Доведено.

У рівнобедреному трикутнику ABC з периметром 22 см до його основи побудовано медіану BM довжиною 4 см. Знайдіть периметр трикутника ABM .



Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;

$P_{\triangle ABC} = 22$ см;

BM – медіана;

$BM = 4$ см;

Знайти:

$P_{\triangle ABM}$ – ?

Розв'язок:

Так як $\triangle ABC$ – рівнобедрений, то $AB = BC$;

Так як BM – медіана, то $AM = MC$;

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = AB + BC + AM + MC = 2AB + 2AM = 2(AB + AM)$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABC} = 22 \text{ см} \\ P_{\triangle ABC} = 2(AB + AM) \end{array} \right| \rightarrow 2(AB + AM) = 22$$

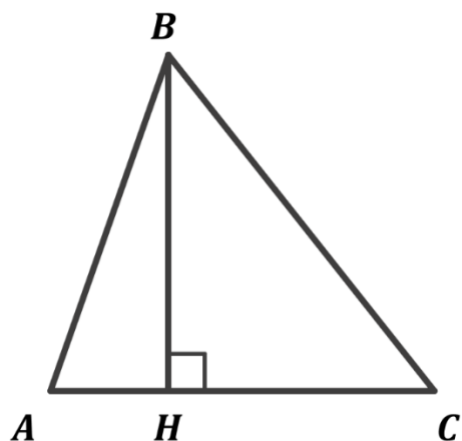
$$2(AB + AM) = 22$$

$$AB + AM = 11 \text{ см}$$

$$P_{\triangle ABM} = AB + AM + BM = 11 + 4 = 15 \text{ см}$$

Відповідь: 15 см

Знайдіть висоту трикутника з периметром, що дорівнює 36 см, якщо вона розбиває його на два трикутники з периметрами 18 см і 24 см.



Дано:

$$P_{\triangle ABC} = 36 \text{ см};$$

$$P_{\triangle AHB} = 18 \text{ см};$$

$$P_{\triangle BHC} = 24 \text{ см};$$

BH – висота $\triangle ABC$;

Знайти:

BH – ?

Розв'язок:

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC$$

$$P_{\triangle AHB} = AB + BH + AH$$

$$P_{\triangle BHC} = BC + CH + BH$$

$$AC = AH + CH$$

$$\begin{aligned} P_{\triangle AHB} + P_{\triangle BHC} &= AB + BH + AH + BC + CH + BH \\ &= AB + BC + 2BH + (AH + CH) = AB + BC + 2BH + AC \\ &= P_{\triangle ABC} + 2BH \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} P_{\triangle AHB} + P_{\triangle BHC} = P_{\triangle ABC} + 2BH & \\ P_{\triangle ABC} = 36 \text{ см} & \\ P_{\triangle AHB} = 18 \text{ см} & \\ P_{\triangle BHC} = 24 \text{ см} & \end{array} \rightarrow 18 + 24 = 36 + 2BH$$

$$18 + 24 = 36 + 2BH$$

$$2BH = 6$$

$$BH = \frac{6}{2} = 3 \text{ см}$$

Відповідь: 3 см

V. Підсумок уроку

- Що таке медіана трикутника?
- Що таке бісектриса трикутника?
- У чому схожі і в чому різниця між бісектрисою трикутника і бісектрисою кута?
- Чому висоти трикутника не завжди перетинаються в одній точці?
- Сформулюйте властивість бісектриси рівнобедреного трикутника
- Сформулюйте наслідки з властивості бісектриси рівнобедреного трикутника

VI. Домашнє завдання

Опрацювати §15

Виконати №373, 378, 384, 390