

Тема: Медіана, бісектриса і висота трикутника. Властивість бісектриси рівнобедреного трикутника

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти поняття медіани, бісектриси і висоти трикутника; засвоїти властивість бісектриси рівнобедреного трикутника на наслідки з неї;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

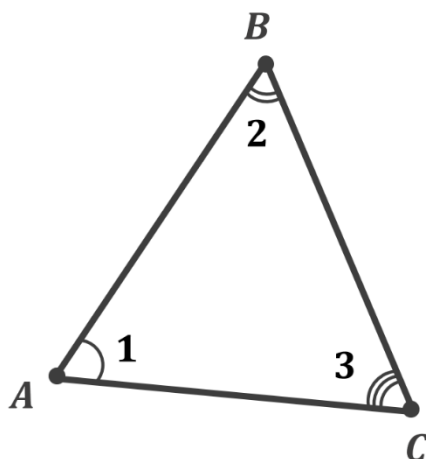
I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

➤ Які ви знаєте елементи трикутників?

(Учні висловлюють власні відповіді)



Кожен трикутник має:

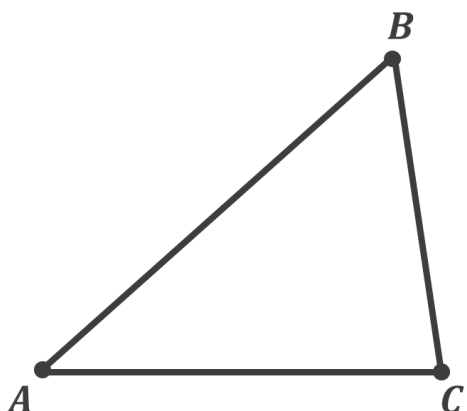
Три вершини (A , B , C)
 Три сторони (AB , BC , AC)
 Три кути (1, 2, 3)

➤ Яка вершина є протилежною до сторони AB ?
 (Вершина C є протилежною до сторони AB)

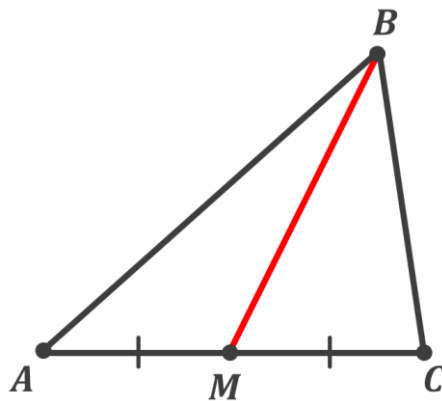
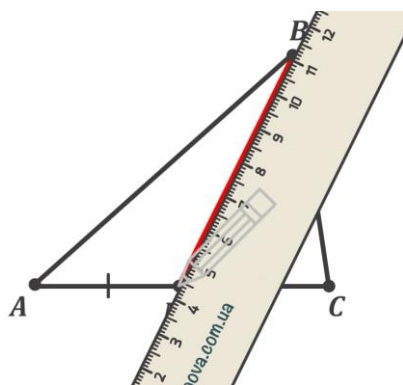
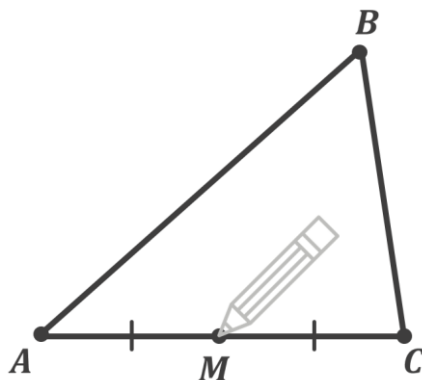
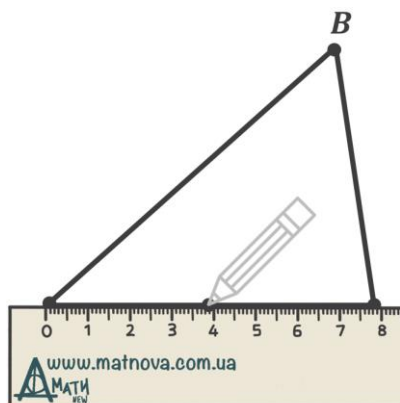
- Яка сторона є протилежною до вершини A ?
(Сторона BC є протилежною до вершини A)
- Які кути є прилеглими до сторони AC ?
(Кути 1 і 3 є прилеглими до сторони AC)

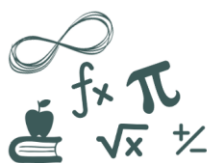
Сьогодні ми познайомимося з «чудовими лініями» трикутників – це їх медіани, бісектриси і висоти

III. Вивчення нового матеріалу



- Поділіть протилежну до вершини B сторону трикутника навпіл
- З'єднайте вершину B із серединою протилежної до неї сторони





Медіана трикутника – це відрізок, що сполучає вершину трикутника з серединою протилежної сторони.

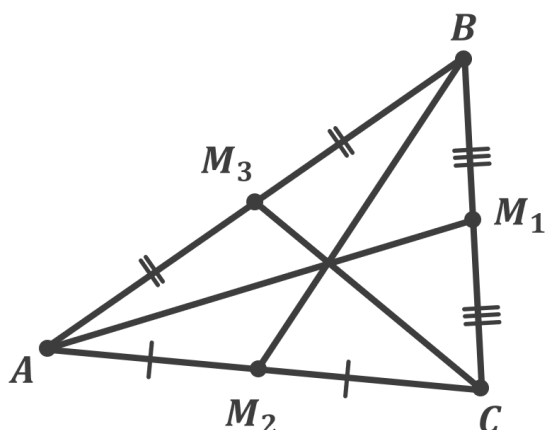
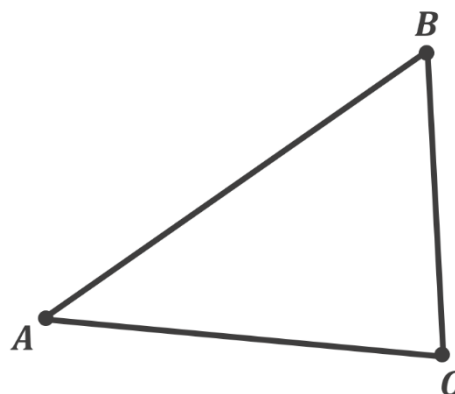


Відрізок BM – медіана $\triangle ABC$



Медіана, що проведена з вершини B до сторони AC

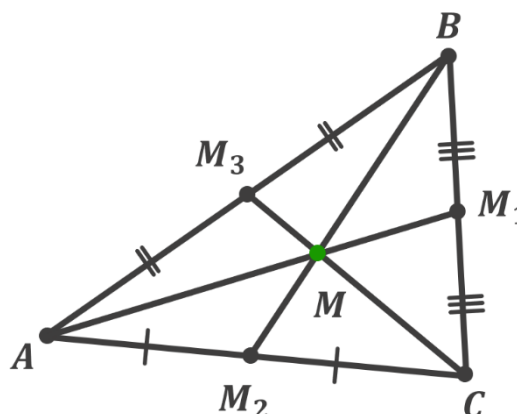
➤ Накресліть довільний трикутник



➤ Побудуйте всі його медіани

➤ Що ви помітили?
(Медіани трикутника перетнулися в одній точці)

➤ Повторіть експеримент ще для двох трикутників. Якщо ви помітили якусь властивість, то сформулюйте її.
(Учні висловлюють власну думку)



Медіани будь-якого трикутника перетинаються в одній точці (яка називається **центроїдом** трикутника) і діляться цією точкою у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини.



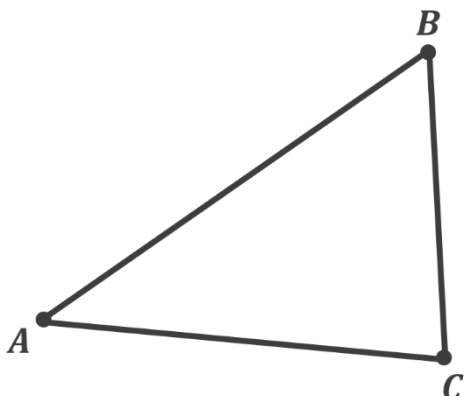
M – центроїд $\triangle ABC$



Доведемо цю властивість у старших класах

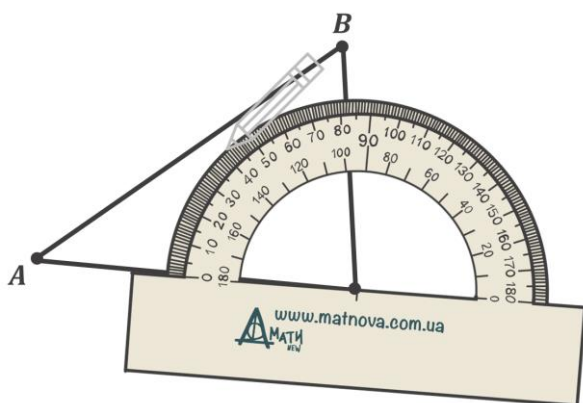
➤ Що таке бісектриса кута?

(Бісектрисою кута називають промінь, який виходить з його вершини і ділить кут навпіл)

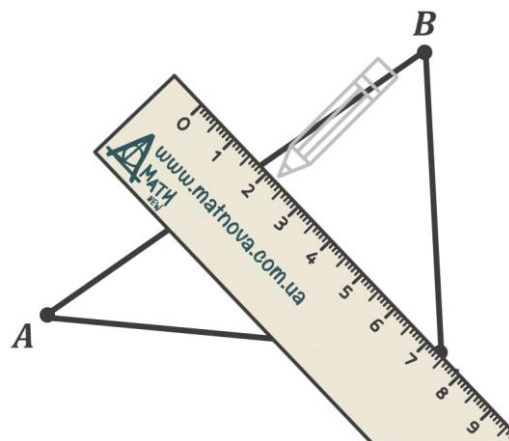


➤ Накресліть довільний трикутник

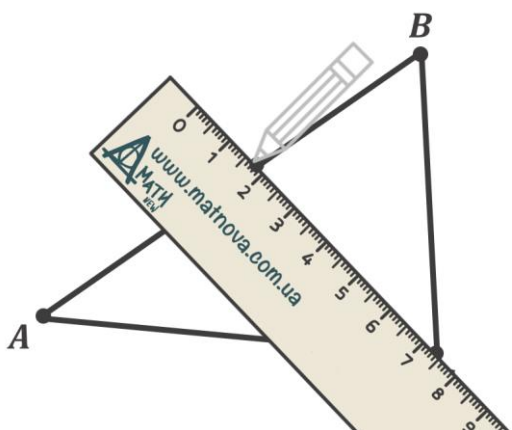
➤ Побудуйте бісектриси для кожного кута



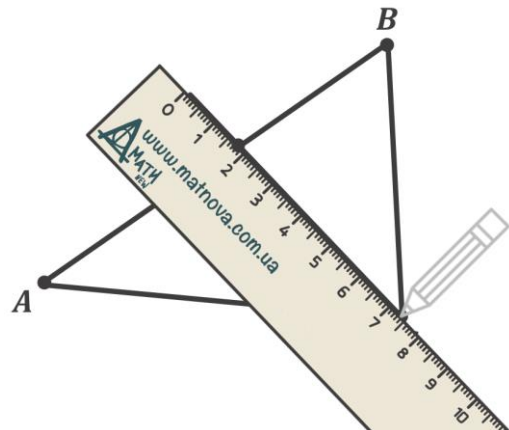
1. Ділимо кут навпіл



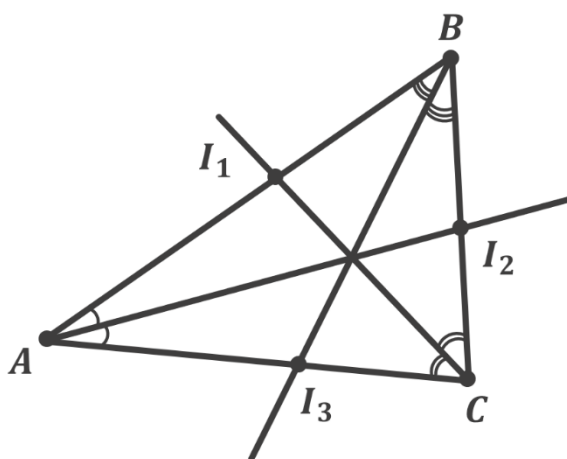
2. Прикладаємо лінійку



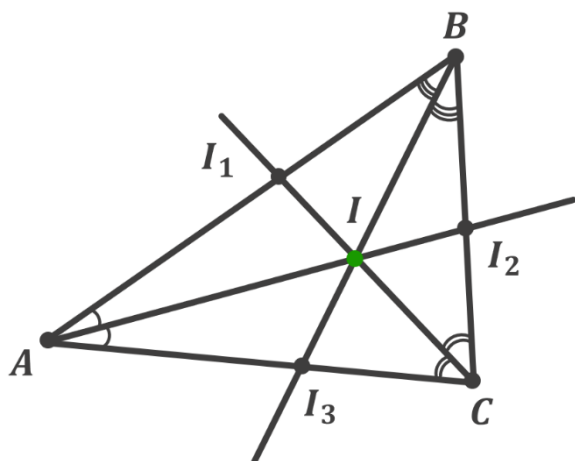
3. Ставимо точку на протилежній стороні



4. Будуємо бісектрису кута маючи дві точки

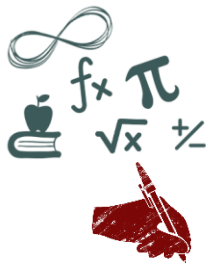


5. Аналогічні дії виконуємо для решти кутів



- Що ви помітили?
(Бісектриси перетнулися в одній точці)
- Повторіть експеримент ще для двох трикутників. Якщо ви помітили якусь властивість, то сформулюйте її.
(Учні висловлюють власну думку)

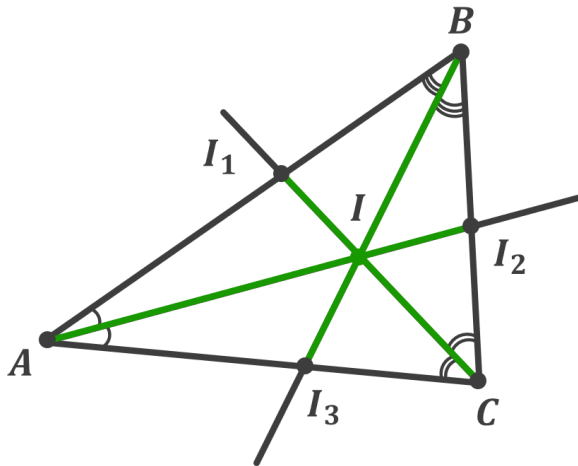
Бісектриси кутів трикутника перетинаються в одній точці, ця точка називається **інцентром**.



I – інцентр $\triangle ABC$



Доведемо цю властивість у старших класах



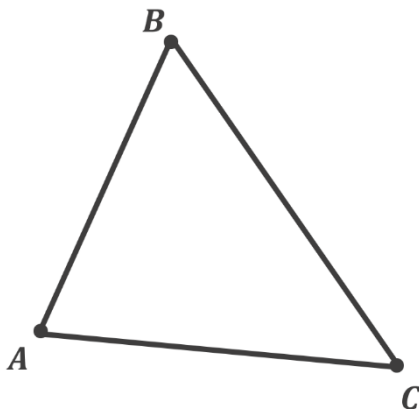
Бісектриса трикутника – це відрізок бісектриси кута, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони.

- Чим відрізняється бісектриса кута від бісектриси трикутника?
(Бісектриса кута – це промінь, бісектриса трикутника – це відрізок)

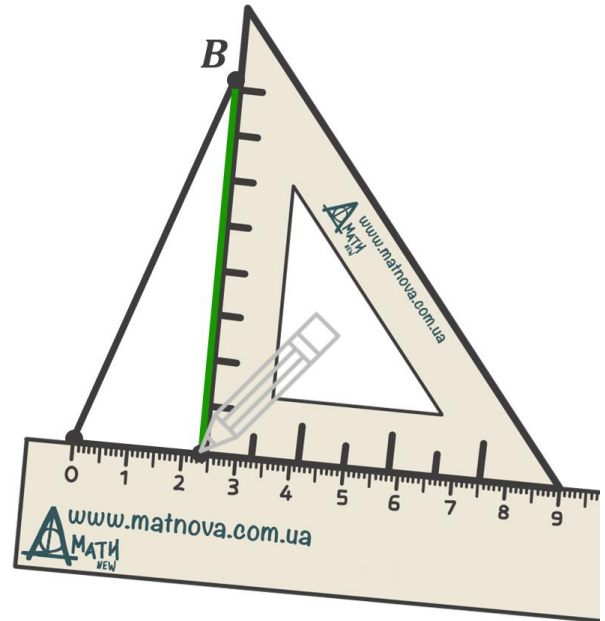
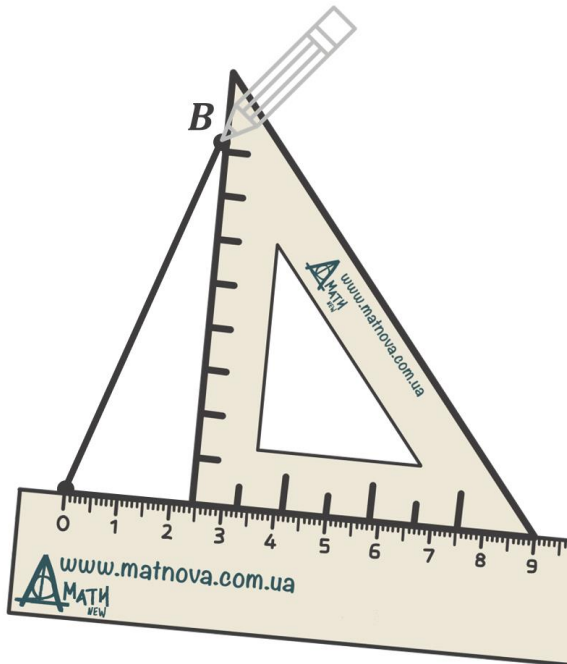
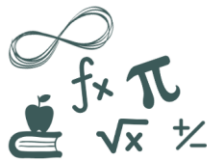


Відрізки CI_1 , AI_2 , BI_3 – бісектриси $\triangle ABC$

- Які трикутники називаються гострокутними?
(Ті, в яких всі кути – гострі)

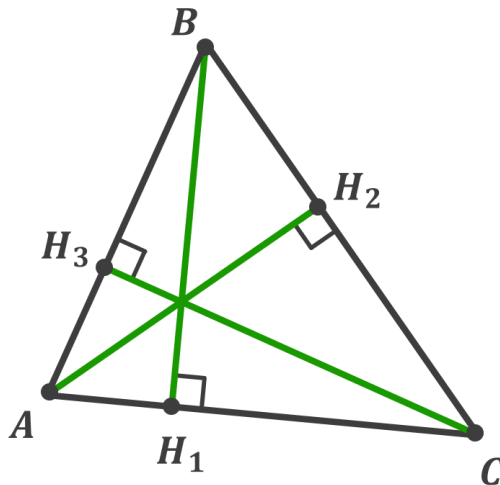


- Накресліть довільний гострокутний трикутник
- Побудуйте перпендикуляр з кожної вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону

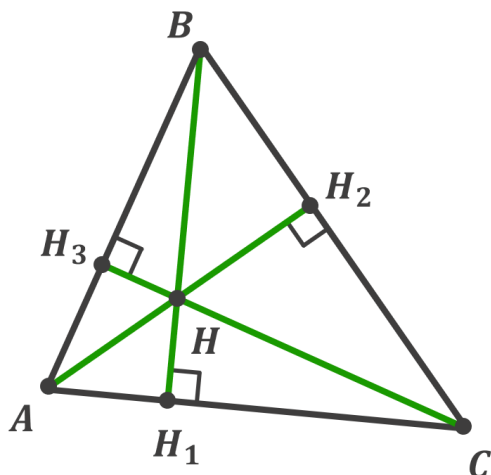


1. Прикладемо лінійку до протилежної сторони вершини, з якої будемо будувати перпендикуляр

2. Проведемо перпендикуляр



3. Виконаємо аналогічні дії, щоб побудувати решту перпендикулярів



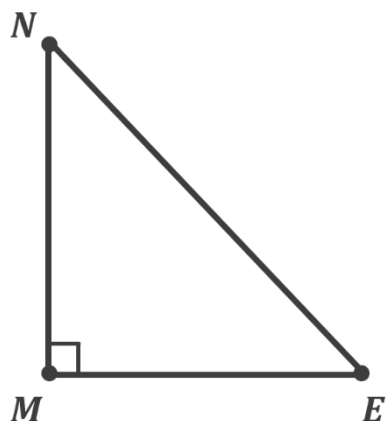
- Що ви помітили?
(Всі перпендикуляри перетнулися в одній точці)

Висота трикутника – це перпендикуляр, що проведений з вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону.

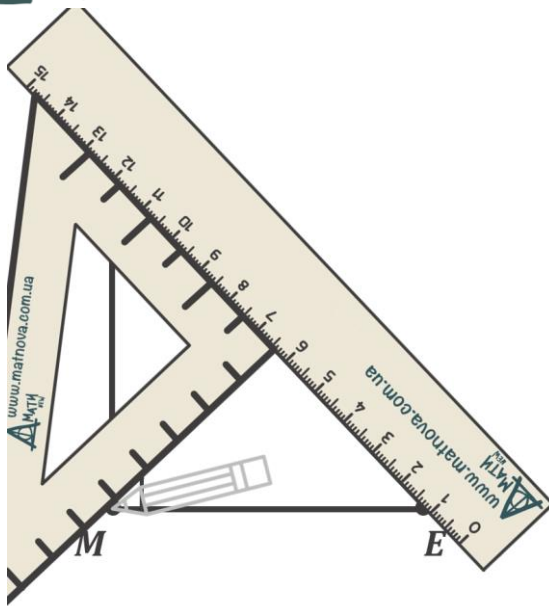
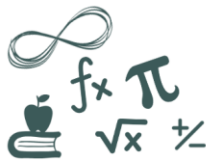


Відрізки CI_1 , AI_2 , BI_3 – бісектриси $\triangle ABC$

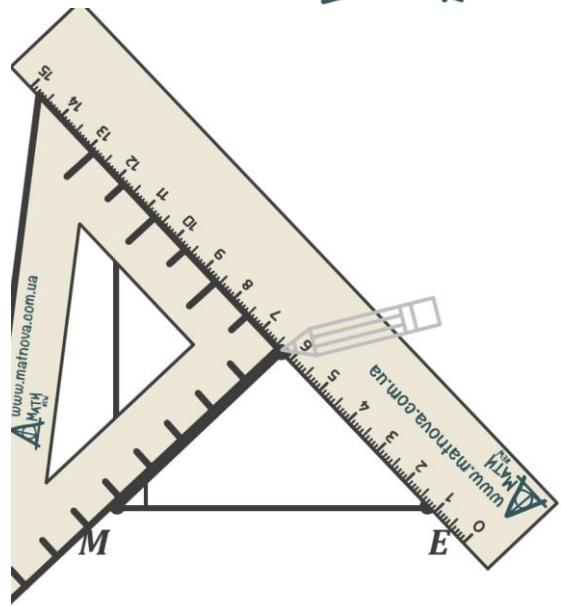
- Скільки висот може мати трикутник?
(Учні висловлюють власну думку)
- Який трикутник називається прямокутним?
(Той, в якого один з кутів - прямий)



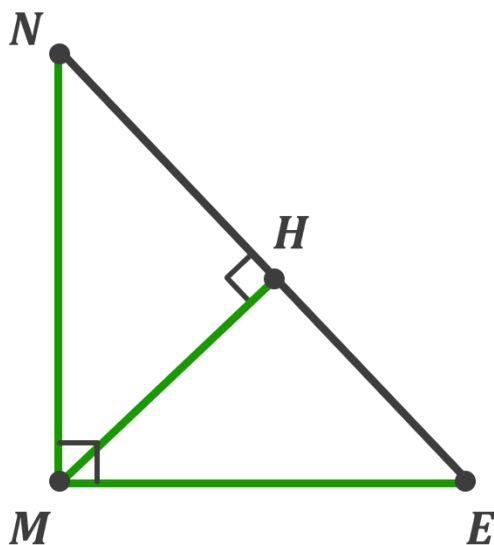
- Накресліть довільний прямокутний трикутник
- Побудуйте всі три висоти цього трикутника



1



2



MH, NM, EM – висоти $\triangle NME$

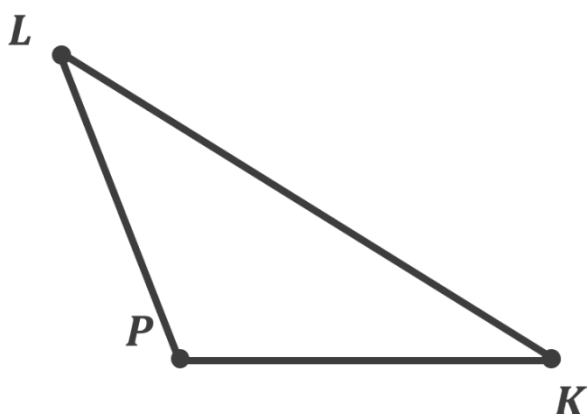


Дві висоти прямокутного трикутника збігаються з його сторонами

- Скільки висот можна побудувати у трикутнику з вершини M ? Назвіть їх всі.
(Учні висловлюють власну думку)

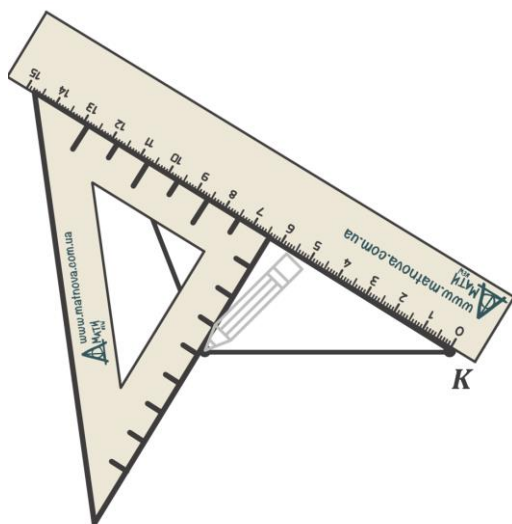
Так як через будь-яку точку площини проходить лише одна пряма, перпендикулярна до даної – з **кожної вершини трикутника можна побудувати тільки одну його висоту**.

- Чи мають спільну точку перетину всі три висоти $\triangle NME$?
(Так, одна з вершин трикутника є точкою перетину всіх висот прямокутного трикутника – це точка M)
- Який трикутник називається тупокутним?
(Той, в якого один з кутів - тупий)

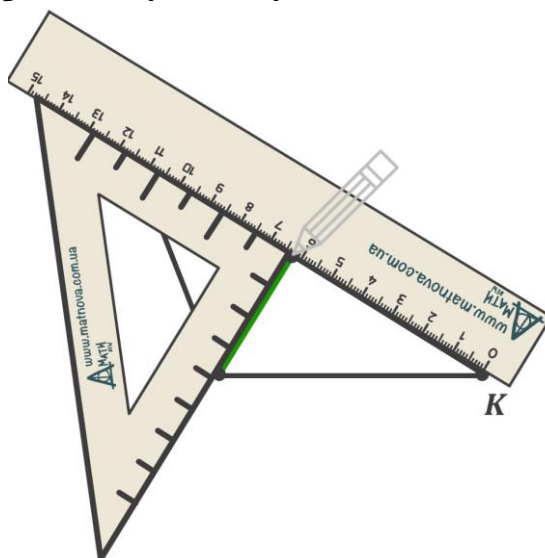


- Накресліть довільний тупокутний трикутник
- Побудуємо всі три висоти цього трикутника

Побудова висоти з вершини тупого кута

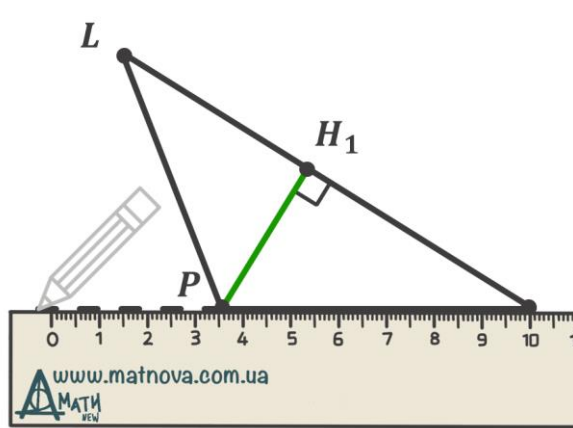
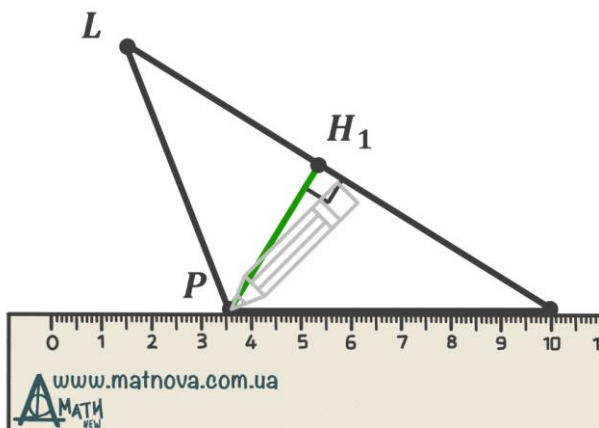


1



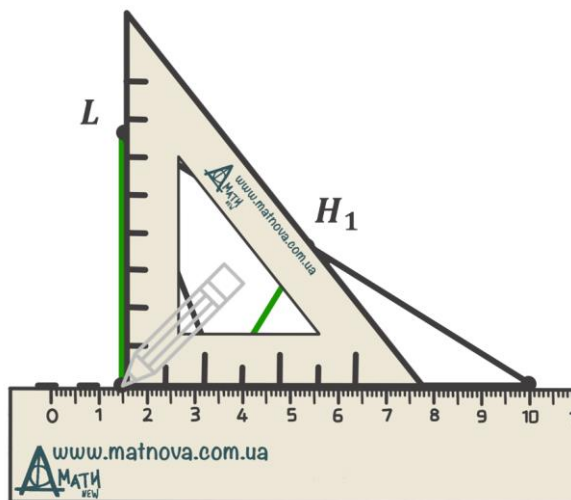
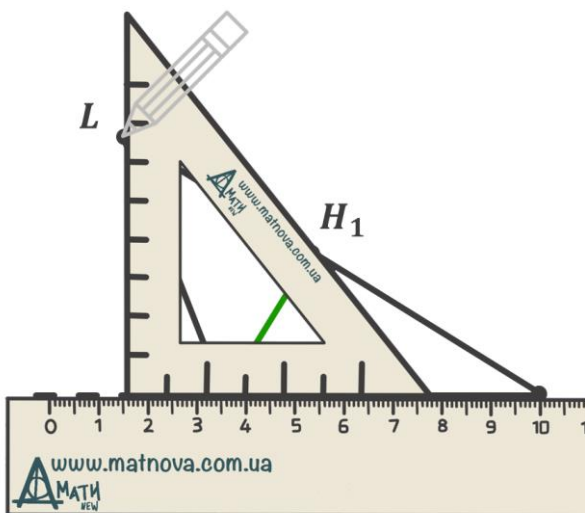
2

Побудова двох інших висот



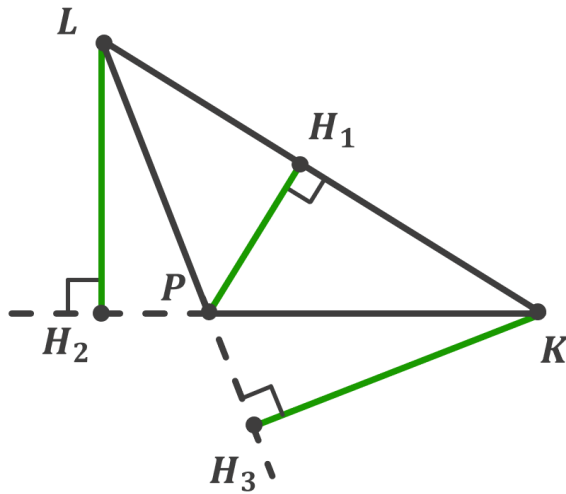
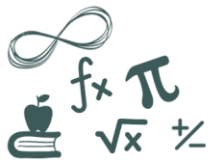
1. Прикладемо лінійку до сторони, що є протилежною вершині, з якої будемо будувати перпендикуляр

2. Продовжимо цю сторону



3. Прикладемо кутник до лінійки і до вершини, з якої будемо будувати перпендикуляр

4. Проведемо перпендикуляр до прямої, що містить його протилежну сторону



5. Виконаємо аналогічні дії для останньої вершини

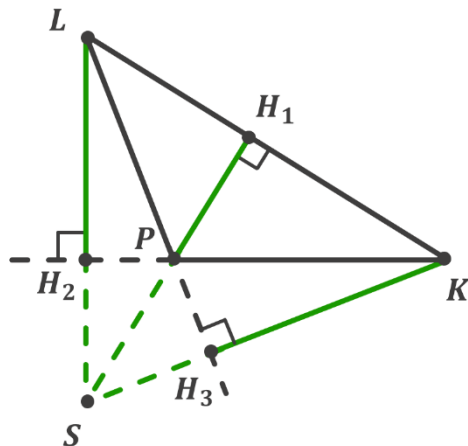


PH_1, LH_2, KH_3 – висоти $\triangle LPK$



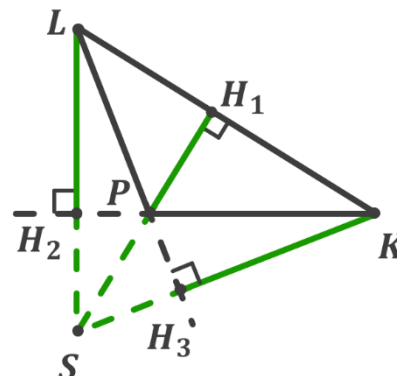
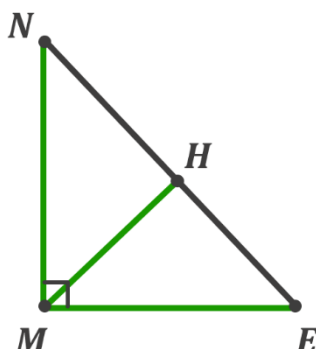
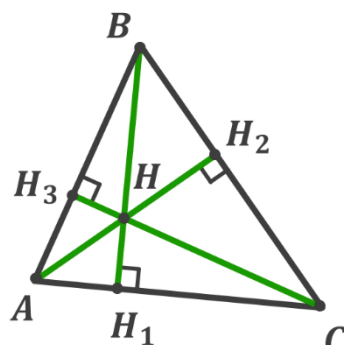
Дві висоти тупокутного трикутника не належать йому

- Чи мають спільну точку перетину всі три висоти $\triangle LPK$?
(Учні висловлюють власну думку)



Висоти тупокутного трикутника не мають спільної точки перетину, але якщо ми продовжимо ці висоти – вони перетнуться в одній точці.

Три висоти або їх продовження будь-якого трикутника завжди перетинаються в одній точці, яка називається **ортоцентром** трикутника.



- Назвіть ортоцентр кожного трикутника
 H – ортоцентр $\triangle ABC$;
 M – ортоцентр $\triangle NME$;
 S – ортоцентр $\triangle LPK$;

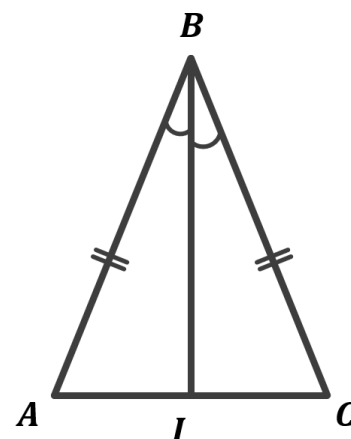
Теорема (властивість бісектриси рівнобедреного трикутника)

У рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою.

- Що нам дано і що необхідно довести?
 (Учні висловлюють власну думку)

Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;
 AC – основа;
 BI – бісектриса;



Довести:

BI – медіана і висота;

Доведення:

Розглянемо трикутники ABI і CBI :

$$\begin{array}{l|l}
 AB = BC \text{ (бічні сторони } \triangle ABC) \\
 \angle ABI = \angle CBI \text{ (} BI \text{ – бісектриса)} \\
 BI \text{ – спільна сторона}
 \end{array}
 \rightarrow \begin{array}{l}
 \triangle ABI = \triangle CBI \\
 \text{(за першою ознакою} \\
 \text{рівності трикутників)}
 \end{array}$$

- Який можемо зробити висновок?
 (Учні висловлюють власну думку відносно того, як можна скористатися рівністю трикутників ABI і CBI)

$\triangle ABI = \triangle CBI \rightarrow AI = CI$ як відповідні сторони рівних трикутників, отже BI – медіана.

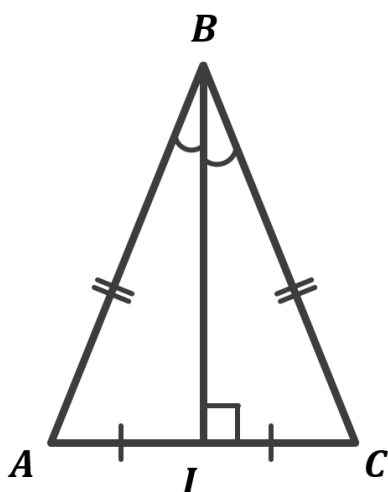
- Що ще впливає з рівності трикутників ABI і CBI ?
(Учні висловлюють власну думку)

$\triangle ABI = \triangle CBI \rightarrow \angle BIA = \angle BIC$, як відповідні кути рівних трикутників

- Що ще можемо сказати про кути BIA та BIC ?
(Ці кути є суміжними)

$\angle BIA = \angle BIC$
 Кути BIA і BIC – суміжні $\left| \rightarrow \angle BIA = \angle BIC = 90^\circ \right.$ отже BI – висота $\triangle ABC$

Доведено



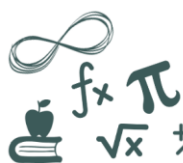
- Якщо ми знаємо, що у рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою – який можемо зробити висновок?
(Учні висловлюють власну думку)

Наслідок 1

Медіана рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є висотою і бісектрисою.

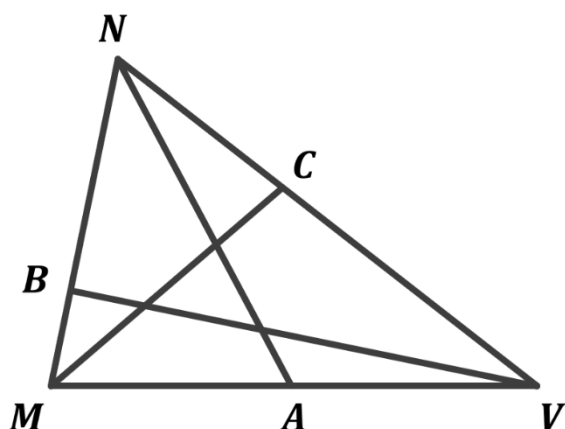
Наслідок 2

Висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою.



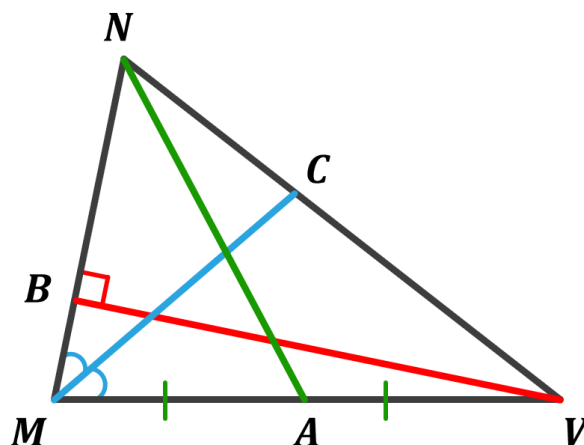
IV. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

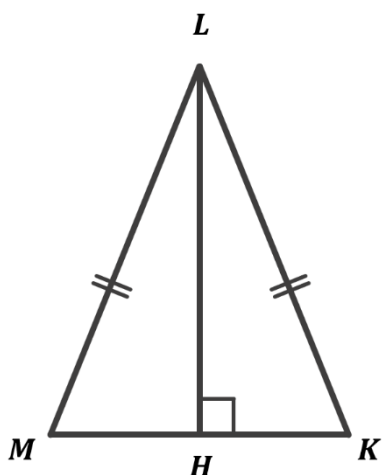


На рисунку зображені бісектриса, висота і медіана трикутника MNV . Знайдіть ці відрізки.

Відповідь: NA – медіана;
 MC – бісектриса;
 VB – висота;



№2



На рисунку LH – висота рівнобедреного $\triangle MLK$ з основою MK . Запишіть три пари рівних кутів і дві пари рівних відрізків, що є на цьому рисунку.

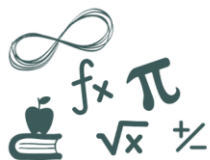
Розв'язок:

$\angle MLH = \angle HLK$ (Так як висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою);

$\angle LMH = \angle LKH$ (Так як кути при основі рівнобедреного трикутника є рівними)

$\angle LHM = \angle LHK$ (Так як LH – висота $\triangle MLK$)

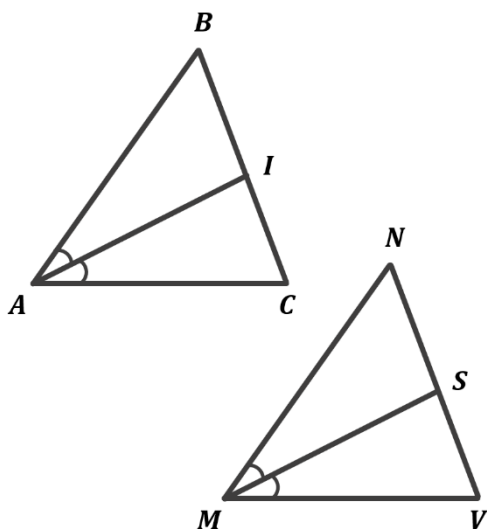
$LM = LK$ (як бічні сторони рівнобедреного трикутника)



$MH = HK$ (Так як висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи, є медіаною і бісектрисою)

№3

AI і MS - відповідно бісектриси рівних трикутників ABC і MNV . Доведіть, що $\triangle AIC = \triangle MSV$



Дано:

$$\triangle ABC = \triangle MNV;$$

AI і MS – відповідні бісектриси $\triangle ABC$ і $\triangle MNV$;

Довести:

$$\triangle AIC = \triangle MSV$$

Доведення:

Так як $\triangle ABC = \triangle MNV$, то:

$$AC = MV$$

$$\angle A = \angle M$$

$$\angle C = \angle V$$

як відповідні елементи рівних трикутників

Розглянемо $\triangle AIC$ і $\triangle MSV$:

$$\angle IAC = \angle SMV \quad \left(\begin{array}{l} \text{як половини} \\ \text{рівних кутів} \end{array} \right)$$

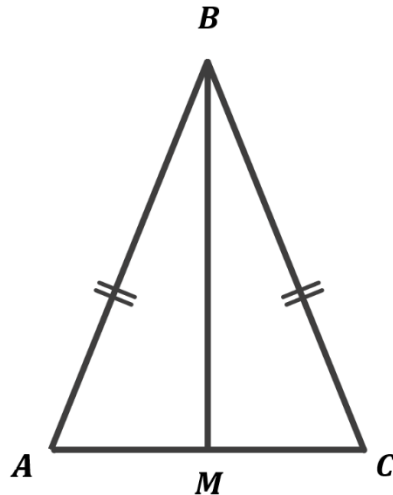
$$AC = MV$$

$$\angle C = \angle V$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} \triangle AIC = \triangle MSV \\ \text{(за другою ознакою} \\ \text{рівності трикутників)} \end{array}$$

Доведено.

У рівнобедреному трикутнику ABC з периметром 22 см до його основи побудовано медіану BM довжиною 4 см. Знайдіть периметр трикутника ABM .



Дано:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений;

$P_{\triangle ABC} = 22$ см;

BM – медіана;

$BM = 4$ см;

Знайти:

$P_{\triangle ABM}$ – ?

Розв'язок:

Так як $\triangle ABC$ – рівнобедрений, то $AB = BC$;

Так як BM – медіана, то $AM = MC$;

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = AB + BC + AM + MC = 2AB + 2AM = 2(AB + AM)$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\triangle ABC} = 22 \text{ см} \\ P_{\triangle ABC} = 2(AB + AM) \end{array} \right| \rightarrow 2(AB + AM) = 22$$

$$2(AB + AM) = 22$$

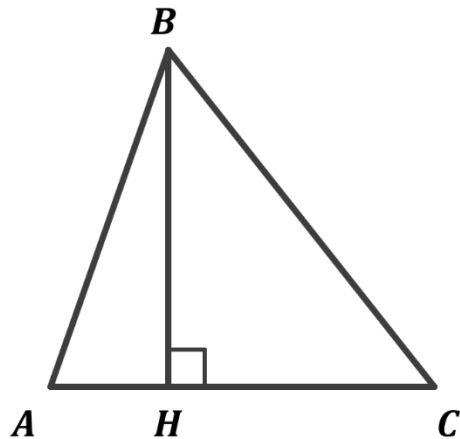
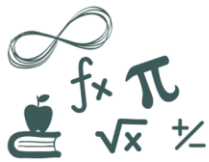
$$AB + AM = 11 \text{ см}$$

$$P_{\triangle ABM} = AB + AM + BM = 11 + 4 = 15 \text{ см}$$

Відповідь: 15 см

№5

Знайдіть висоту трикутника з периметром, що дорівнює 36 см, якщо вона розбиває його на два трикутники з периметрами 18 см і 24 см.



Дано:

$$\begin{aligned}P_{\triangle ABC} &= 36 \text{ см}; \\P_{\triangle AHB} &= 18 \text{ см}; \\P_{\triangle BHC} &= 24 \text{ см}; \\BH &\text{ – висота } \triangle ABC;\end{aligned}$$

Знайти:

$$BH - ?$$

Розв'язок:

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC$$

$$P_{\triangle AHB} = AB + BH + AH$$

$$P_{\triangle BHC} = BC + CH + BH$$

$$AC = AH + CH$$

$$\begin{aligned}P_{\triangle AHB} + P_{\triangle BHC} &= AB + BH + AH + BC + CH + BH \\&= AB + BC + 2BH + (AH + CH) = AB + BC + 2BH + AC \\&= P_{\triangle ABC} + 2BH\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l}P_{\triangle AHB} + P_{\triangle BHC} = P_{\triangle ABC} + 2BH \\P_{\triangle ABC} = 36 \text{ см} \\P_{\triangle AHB} = 18 \text{ см} \\P_{\triangle BHC} = 24 \text{ см} \\\hline\end{array} \rightarrow 18 + 24 = 36 + 2BH$$

$$18 + 24 = 36 + 2BH$$

$$2BH = 6$$

$$BH = \frac{6}{2} = 3 \text{ см}$$

Відповідь: 3 см

V. Підсумок уроку

- Що таке медіана трикутника?
- Що таке бісектриса трикутника?
- У чому схожі і в чому різниця між бісектрисою трикутника і бісектрисою кута?
- Чому висоти трикутника не завжди перетинаються в одній точці?
- Сформулюйте властивість бісектриси рівнобедреного трикутника



- Сформулюйте наслідки з властивості бісектриси рівнобедреного трикутника

VI. Домашнє завдання

Опрацювати §15

Виконати № 362, 360, 363, 368