

Тема: Піраміда. Правильна піраміда

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти означення піраміди, правильної піраміди, розглянути елементи піраміди, означення апофему правильної піраміди;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння відрізняти між собою правильну та неправильну піраміду; вміння будувати правильну піраміду та апофему правильної піраміди; розвивати вміння розв'язувати завдання на основі отриманих знань;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук; наполегливість;

Компетенції:

- Спілкування державною мовою (уміння ставити запитання і розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі отриманої інформації)

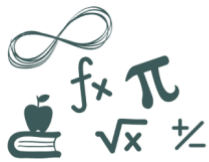
Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

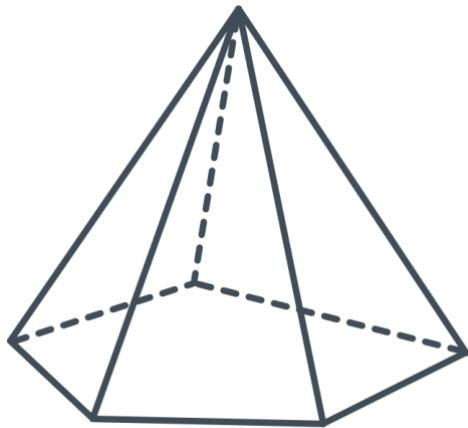
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу



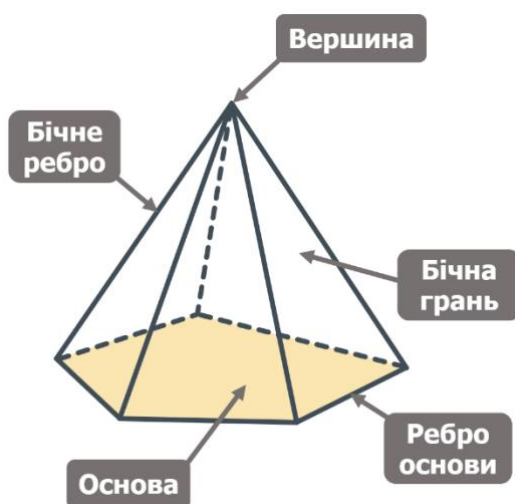
II. Вивчення нового матеріалу



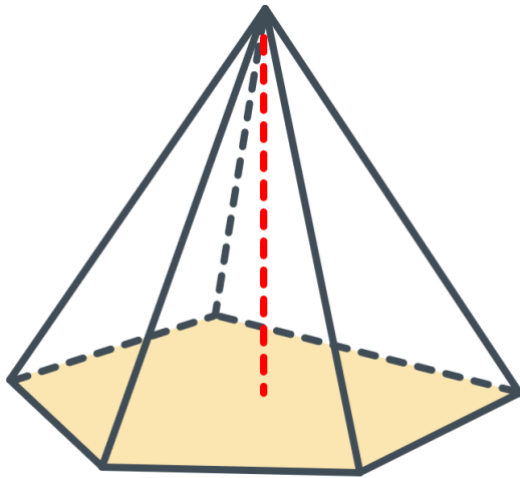
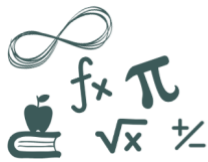
Многогранник, одна грань якого – n -кутник, а решта граней – трикутники, що мають спільну вершину, називають **n -кутною пірамідою**.

**Розглянемо це означення більш детально на прикладі*

- «Трикутники, що мають спільну вершину» - це **бічні грані піраміди**
- «Спільна вершина» - це **вершина піраміди**
- Ребра, що не належать основі піраміди – це **бічні ребра піраміди**



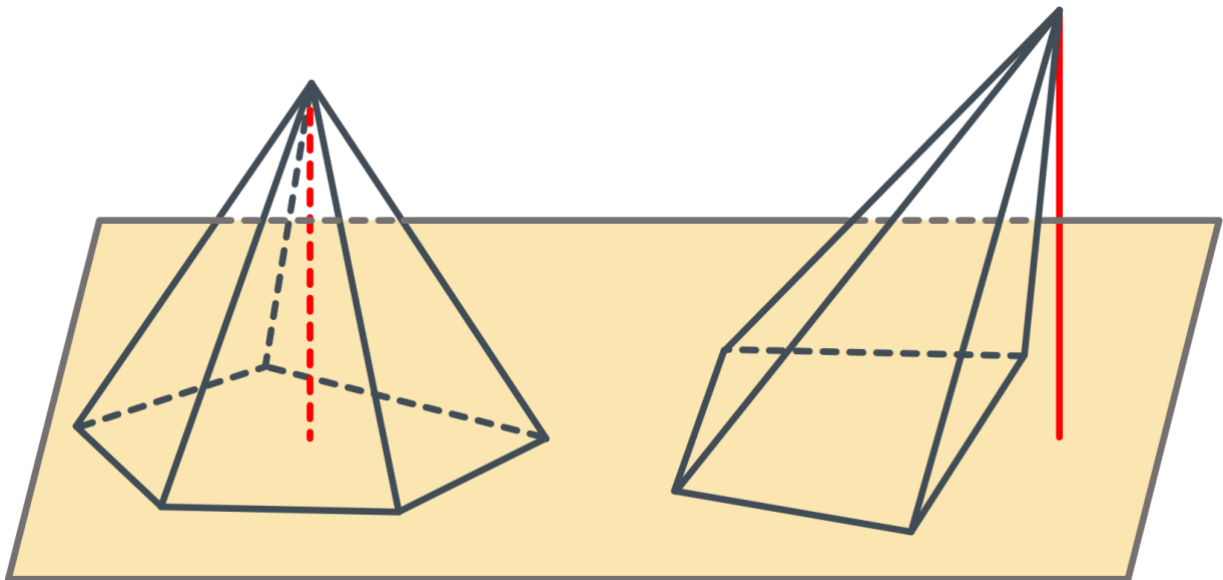
- «одна грань якого – n -кутник» - це **основа піраміди**
- Сторони n -кутника, про який ідеться в означенні – це **ребра основи піраміди**



Висота піраміди – це перпендикуляр, що опущений із вершини піраміди на площину основи.

- Чи може висота піраміди знаходитися за межами піраміди?
(Учні висловлюють власну думку)

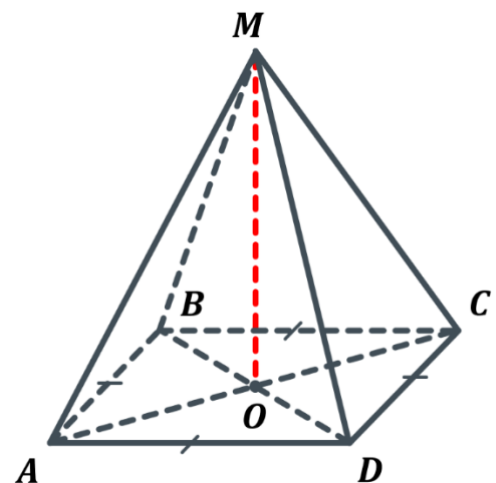
**Так, може:*

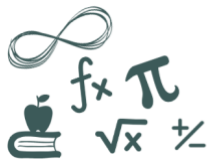


- **Правильна піраміда**

Піраміда називається правильною, якщо її основа – правильний многокутник і основа висоти піраміди є центром цього многокутника.

- Як побудувати правильну піраміду?
(Учні висловлюють власну думку)

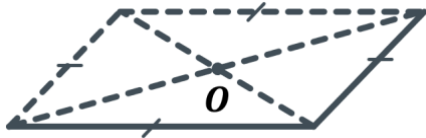




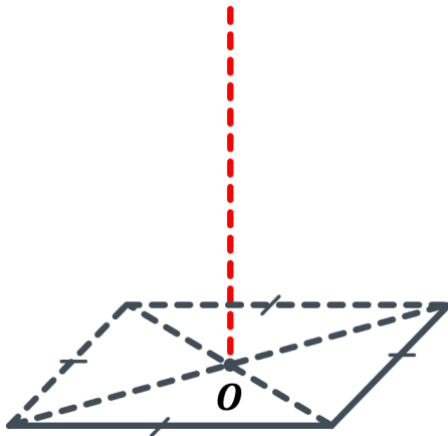
1. Будуємо зображення многокутника, що лежить в основі



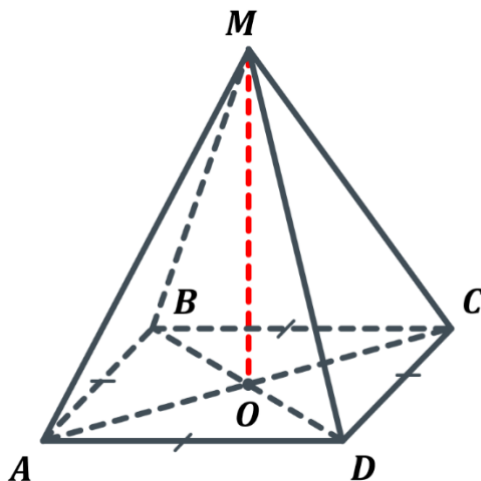
2. Знаходимо положення точки O – основи висоти правильної піраміди

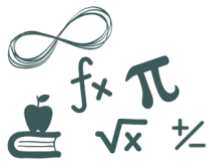


3. Будуємо висоту піраміди



4. Сполучаємо вершину висоти з вершинами основи





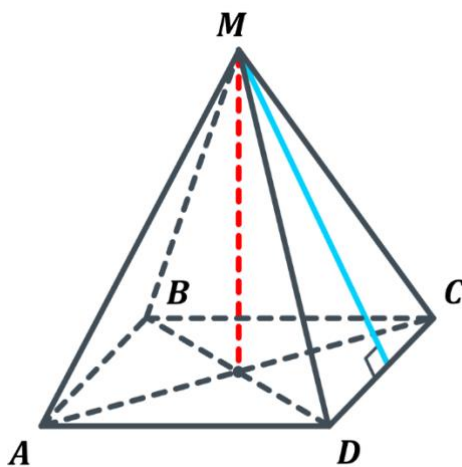
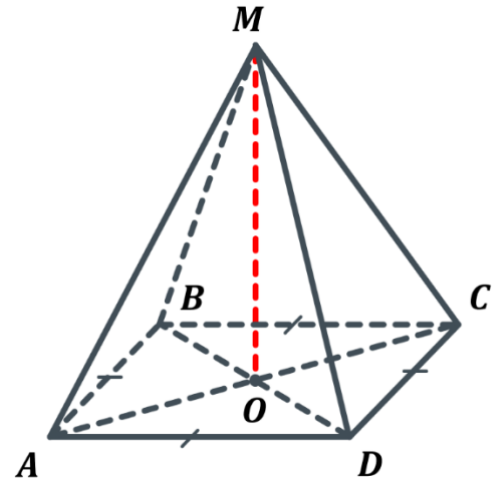
• Властивості правильної піраміди

1. Усі бічні ребра правильної піраміди рівні
2. Усі бічні грані правильної піраміди – рівні рівнобедрені трикутники

➤ Доведіть ці властивості

1. Так як $AO = OB = OC = OD$, то $\triangle AOM = \triangle BOM = \triangle COM = \triangle DOM$ за двома катетами, отже $AM = BM = CM = DM$. Отже усі бічні ребра правильної піраміди рівні.

2. Так як основа правильної піраміди – правильний многокутник, то $AB = BC = CD = AD$, отже $\triangle ABM = \triangle BMC = \triangle CMD = \triangle AMD$ за трьома сторонами. Отже усі бічні грані правильної піраміди – рівні рівнобедрені трикутники.

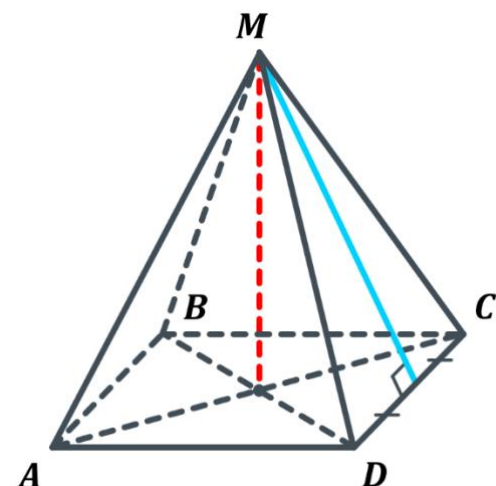


Апофемою піраміди називається висота бічної грані правильної піраміди, що проведена з вершини піраміди.

➤ Чи має апофему неправильна піраміда?
(Неправильна піраміда апофем не має)

➤ Чим ще є апофема, окрім висоти бічної грані?

(Так як всі бічні грані піраміди рівнобедрені трикутники – то апофема є також бісектрисою і медіаною для відповідного їй трикутника)



- Що ще можемо сказати про всі апофемі правильної піраміди?
 (Учні висловлюють власну думку)

Усі апофемі правильної піраміди рівні

- Доведіть це твердження
 (Так як всі бічні грані правильної піраміди рівні, то рівними будуть також і їх висоти – відповідні їм апофемі)

III. Розв'язування задач

№1

Скільки n -кутна піраміда має:

- 1) Вершин
- 2) Граней
- 3) Ребер

Розв'язок:

n -кутна піраміда має:

- 1) $n + 1$ вершину
- 2) $n + 1$ грань
- 3) $2n$ ребер

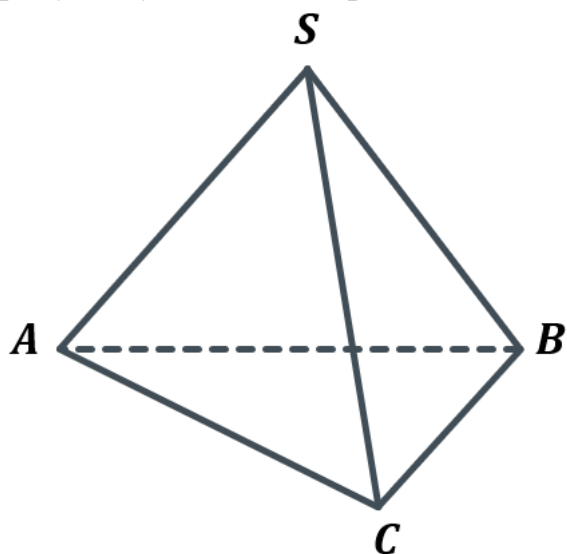
№2

Яку найменшу кількість граней може мати піраміда?

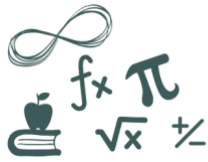
Відповідь: найменша кількість граней, яку може мати піраміда – 4.

№3

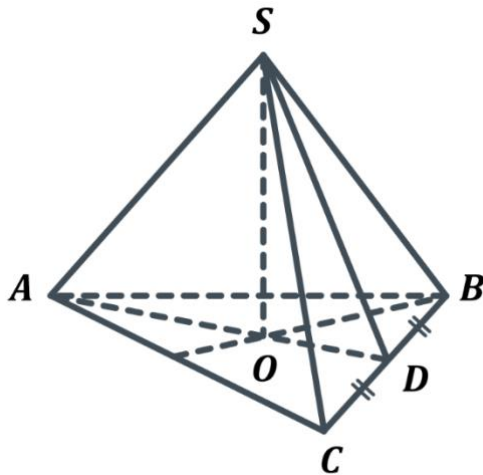
На рисунку зображено правильну трикутну піраміду $SABC$. Перерисуйте рисунок у зошит і зобразіть:



- 1) Висоту піраміди
- 2) Кута нахилу ребра SA до площини основи
- 3) Лінійний кут двогранного кута піраміди при ребрі BC



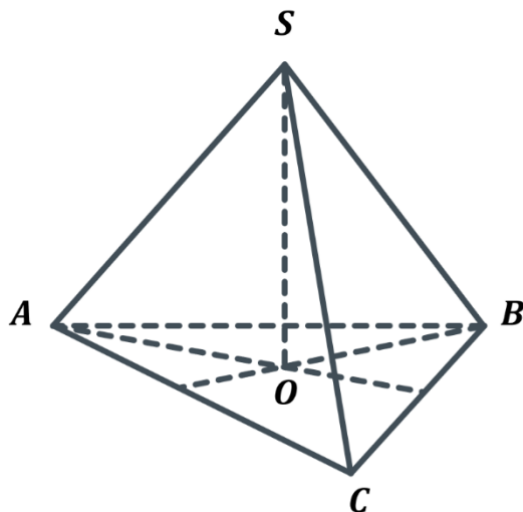
Розв'язок:



- 1) SO – висота піраміди;
- 2) $\angle SAO$ – кут нахилу ребра SA до площини основи;
- 3) $\angle SDO$ – лінійний кут двогранного кута піраміди при ребрі BC ;

№4

Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 12 см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть висоту піраміди.



Дано:

$SABC$ – правильна трикутна піраміда;
 $AB = BC = AC = 12$ см
 $\angle SAO = 60^\circ$

Знайти:

SO – ?

Розв'язок:

**Можна пригадати учням, що радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника можна знайти за формулою:*

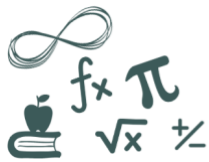
$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

R – радіус кола, описаного навколо трикутника;

a – довжина сторони трикутника

Розглянемо $\triangle ABC$:

$\triangle ABC$ – рівносторонній AO – радіус кола, описаного навколо трикутника	$\Rightarrow AO = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$
--	---



Розглянемо $\triangle SAO$:

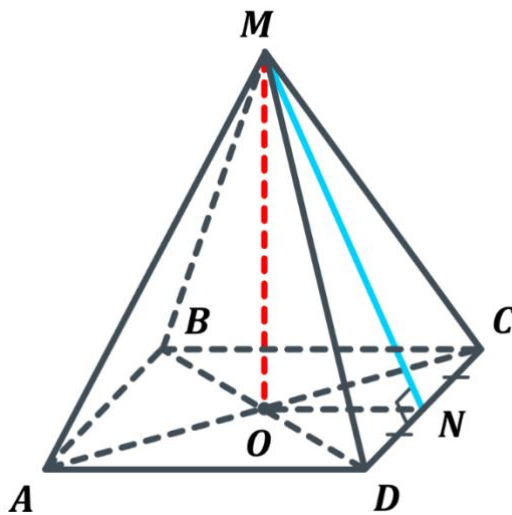
$$\left. \begin{array}{l} \angle SOA = 90^\circ \\ \angle SAO = 60^\circ \\ AO = 4\sqrt{3} \end{array} \right| \Rightarrow SO = AO \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12$$

Відповідь: 12 см

№5

Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, а висота піраміди – 4 см. Знайдіть:

- 1) Апофему піраміди
- 2) Двогранний кут піраміди при ребрі основи



Дано:

$MABCD$ – правильна чотирикутна піраміда;
 $ABCD$ – квадрат
 $AB = 6$ см
 $MO = 4$ см

Знайти:

MN – ?
 $\angle MNO$ – ?

Розв'язок:

Розглянемо $\triangle MON$:

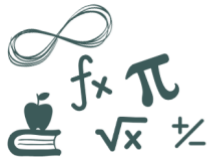
$$\left. \begin{array}{l} \angle MON = 90^\circ \text{ (} MO \text{ – висота)} \\ MO = 4 \text{ см} \\ ON = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \end{array} \right| \Rightarrow MN = \sqrt{MO^2 + ON^2}$$

$$MN = \sqrt{MO^2 + ON^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ см}$$

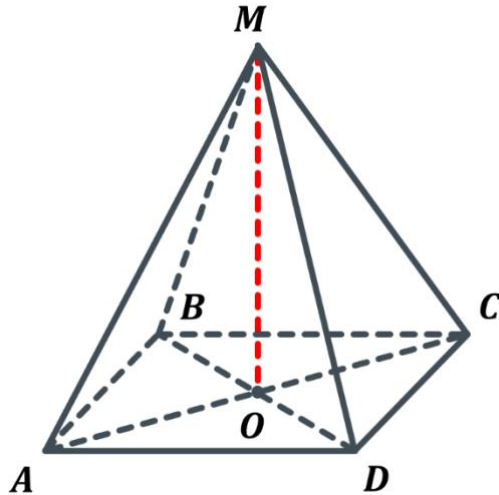
$$\sin \angle MNO = \frac{MO}{MN} = \frac{4}{5}$$

$$\angle MNO = \arcsin \frac{4}{5}$$

Відповідь: 1) 5 см; 2) $\arcsin \frac{4}{5}$;



Основою піраміди $MABCD$ є паралелограм $ABCD$, діагональ BD якого дорівнює 4 см. Висота піраміди проходить через точку перетину діагоналей основи, а бічне ребро MA , що дорівнює 8 см, утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть ребро MD .



Дано:

$MABCD$ – піраміда
 $ABCD$ – паралелограм
 $BD = 4$ см
 $MA = 8$ см
 $\angle MAO = 45^\circ$

Знайти:

MD – ?

Розв'язок:

Розглянемо $\triangle AOM$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle AOM = 90^\circ \\ \angle MAO = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOM \text{ – рівнобедрений} \Rightarrow AO = OM$$

$$\sin A = \frac{MO}{MA} \Rightarrow MO = \sin 45^\circ \cdot MA = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{2}$$

Розглянемо $\triangle MOD$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle MOD = 90^\circ \\ MO = 4\sqrt{2} \\ OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow MD = \sqrt{MO^2 + OD^2}$$

$$MD = \sqrt{MO^2 + OD^2} = \sqrt{32 + 4} = \sqrt{36} = 6 \text{ см}$$

Відповідь: 6 см

IV. Підсумок уроку

- Що ми називаємо пірамідою?
- Що є висотою піраміди?
- Які існують піраміди?
- Яка піраміда є правильною?
- Що таке апофема піраміди? Чи кожна піраміда має апофему?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §4 п.18 (ст.109-111) Виконати № 18.4; 18.6; 18.8; 18.15; 18.26	Мерзляк А.Г.
Опрацювати §3 Виконати № 3.2; 3.4; 3.8; 3.24; 3.26	Істер О.С.
Опрацювати §4 Виконати № 4.1; 4.2; 4.3; 4.4;	Нелін Є.П.
Опрацювати §18 Виконати № 659; 662; 664; 672;	Бевз Г.П.