

Тема: Призма

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти поняття призми, розглянути елементи призми (бічні грані призми, основи призми, бічні ребра призми, ребра основ призми, висота призми, діагональ призми); засвоїти поняття правильної призми, діагонального перерізу призми, площі поверхні призми і теореми про площу бічної поверхні прямої призми;
- *Розвиваюча:* розвивати просторову уяву; вміння відрізняти між собою прямі, похилі та правильні призми; розвивати вміння аналізувати умови задач та доводити теореми;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук; наполегливість;

Компетенції:

- Спілкування державною мовою (уміння ставити запитання і розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі отриманої інформації)

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

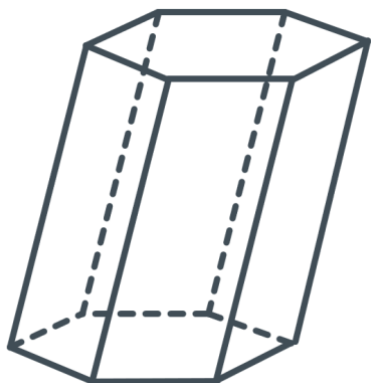
Хід уроку

I. Організаційний етап

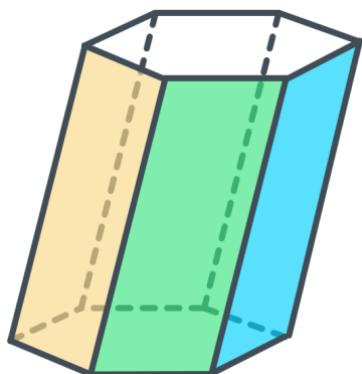
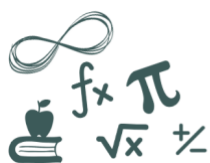
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

- Призма, елементи призми

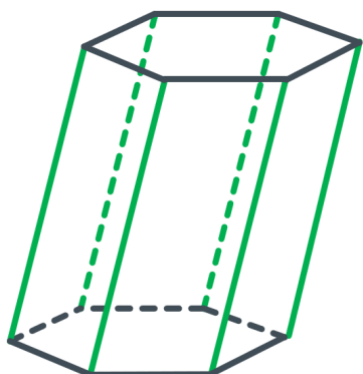
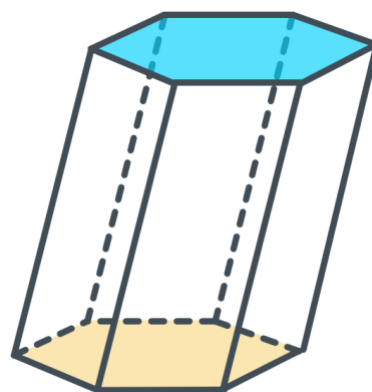


Многогранник, дві грані якого – рівні n -кутники, що лежать у паралельних площинах, а решта n граней – паралелограми, називають **n -кутною призмою**



Бічні грані призми – паралелограми;

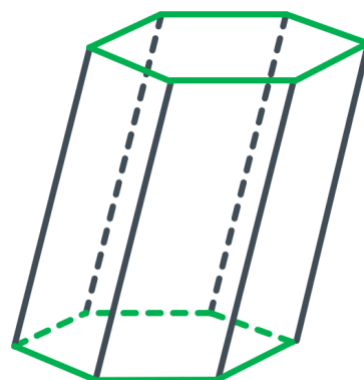
Основи призми – рівні n -кутники;

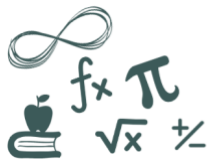


Бічні ребра призми – ребра, які не належать основам

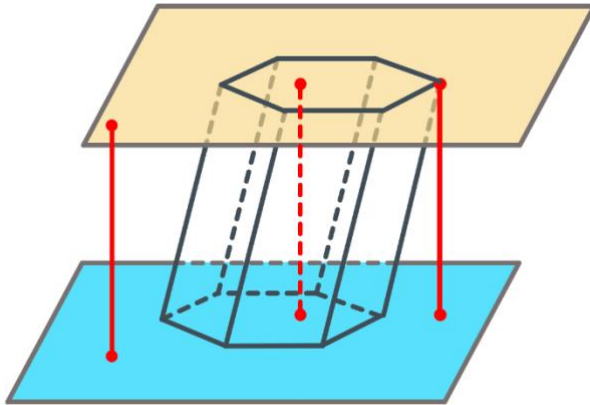
- Що можемо сказати про бічні ребра призми?
(Так як сусідні бічні грані призми – паралелограми, що мають спільну сторону – бічне ребро, то *всі бічні грані призми є рівними та паралельними*)

Ребра основ призми – сторони основ



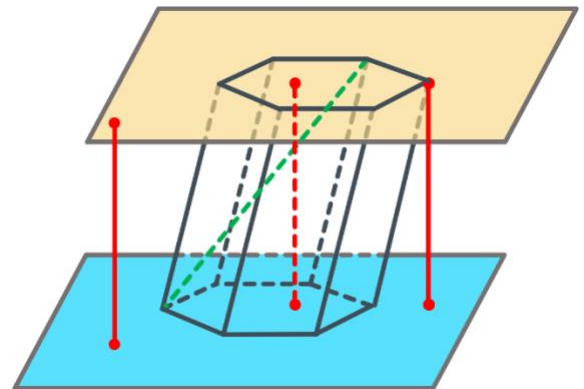


- Що буде висотою призми?

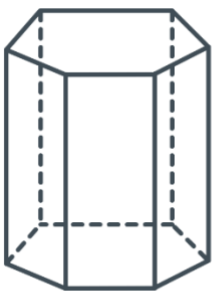


Висота призми – перпендикуляр, опущений з будь-якої точки площини однієї основи на площину іншої основи.

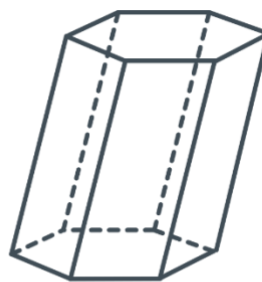
Діагональ призми – відрізок, що сполучає дві вершини призми, які не належать одній грані.



- **Пряма і похила призми**



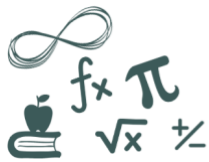
Пряма призма



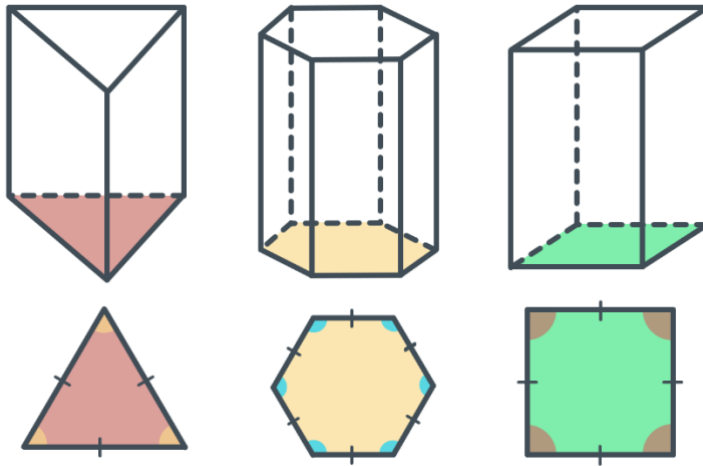
Похила призма

Призма називається **прямою**, якщо її бічні ребра перпендикулярні до площини основи.

- Що можемо сказати про висоту прямої призми?
(Кожне бічне ребро прямої призми є її висотою)
- Що можемо сказати про бічні грані прямої призми?
(Так як бічні ребра перпендикулярні до площини основи, то усі бічні грані прямої призми - прямокутники)



- Правильна призма



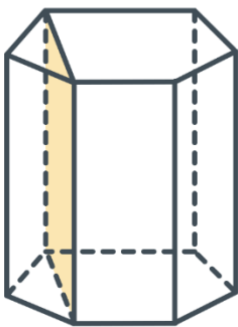
Правильна призма – пряма призма, в основі якої правильний багатокутник.

**Многокутник називається правильним, якщо в нього всі кути і сторони рівні між собою.*

- Діагональний переріз призми

Діагональний переріз призми – переріз площиною, яка проходить через два бічних ребра, що не належать одній грані та діагональ основи

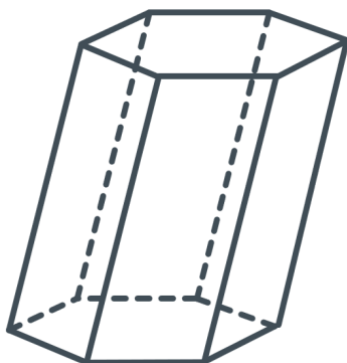
Пряма призма



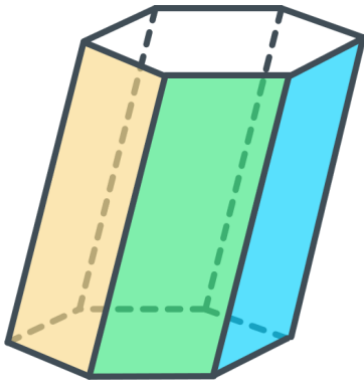
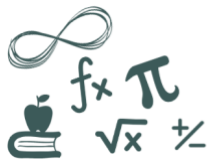
- Що можемо сказати про перерізи прямої та будь-якої іншої призми?
(Так як кожний діагональний переріз проходить через бічне ребро, перпендикулярне до основи, то всі кути діагонального перерізу є прямими, отже **діагональний переріз прямої призми – прямокутник**;

Діагональним перерізом будь-якої призми є паралелограм)

- Площа поверхні призми



- Що можемо сказати про площу поверхні призми?
(Учні висловлюють власну думку)



Площа поверхні призми складається з площі бічної поверхні..

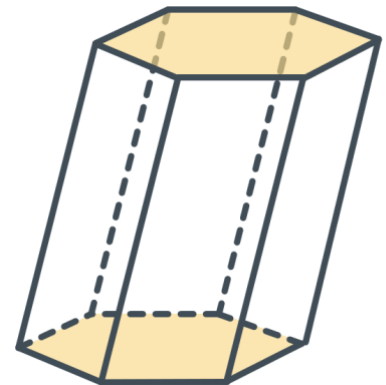
..і двох площ основ призми

$$S_{\Pi} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$$

S_{Π} - площа призми

$S_{\text{б}}$ - площа бічної поверхні

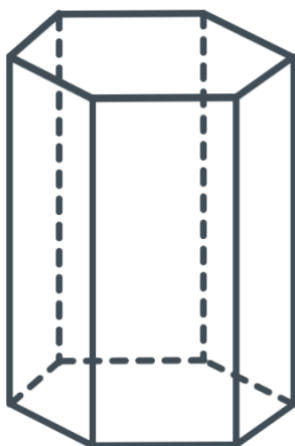
$S_{\text{осн}}$ - площа основи призми



Теорема (про площу бічної поверхні прямої призми)

Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює добутку периметра її основи та бічного ребра призми.

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot b$$



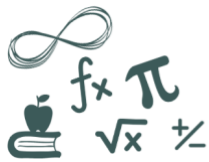
Доведення:

Нехай:

$a_1, a_2, \dots, a_n$ - довжини ребер основи;

b - довжина бічного ребра;

- Що можемо сказати про площу бічних граней призми?
(Так як кожна бічна грань прямої призми прямокутник, то площу бічної поверхні можна знайти за допомогою формули площі прямокутника)
- Як можемо виразити площу бічних граней?
(Так як одна сторона кожного прямокутника – ребро основи, а друга – бічне ребро, то їх площу можемо знайти як добуток бічного ребра на ребро основи)



$$S_6 = a_1b + a_2b + \dots + a_nb = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)b = P_{\text{осн}} \cdot b$$

Доведено

III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Яку найменшу кількість граней може мати призма?

Розв'язок:



Це трикутна призма, вона має:

5 граней;
6 вершин;
9 ребер;

Відповідь: 5

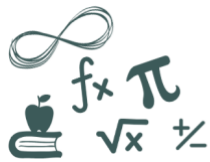
№2

Чи є правильним твердження:

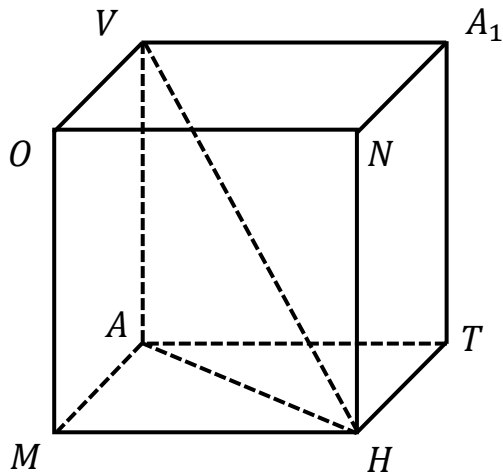
- 1) Бічне ребро прямої призми перпендикулярне до будь-якої діагоналі її основи;
- 2) Якщо всі ребра призми рівні, то вона є правильною;
- 3) Якщо всі ребра прямої призми рівні, то вона є правильною;

Розв'язок:

- 1) Так.
- 2) Ні. В такому випадку можлива і похила призма, і пряма.
- 3) Ні. В основі правильної призми може бути тільки правильний багатокутник, рівність всіх сторін не гарантує рівність всіх кутів багатокутника основи призми. Наприклад, ромб має всі рівні сторони але кути можуть бути різними.



Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а висота - $3\sqrt{6}$ см. Знайдіть діагональ призми



Дано:

$MATHNOVA_1$ – правильна призма;

$MATH$ – квадрат (очевидно з умови);

$MA = 3$ см

$AV = 3\sqrt{6}$ см

Знайти:

VH – ?

Розв'язок:

$$\left. \begin{array}{l} MATH - \text{квадрат} \\ MA = 3 \text{ см} \\ AH = MA\sqrt{2} \end{array} \right| \Rightarrow AH = 3\sqrt{2} \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle VAH$:

$\angle VAH = 90^\circ$ (пряма призма)

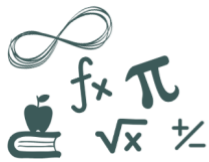
$$VA = 3\sqrt{6} \text{ см}$$

$$AH = 3\sqrt{2} \text{ см}$$

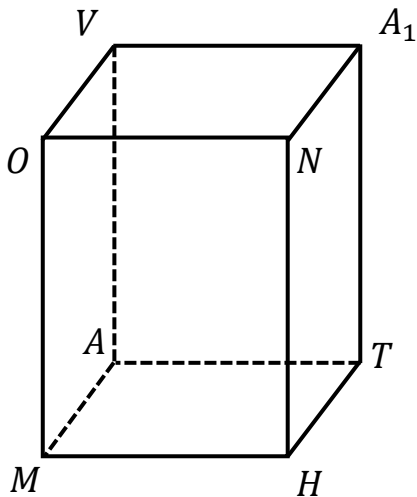
$$\xrightarrow[\text{Піфагора}]{\text{за теоремою}} VH = \sqrt{VA^2 + AH^2}$$

$$\begin{aligned} VH &= \sqrt{VA^2 + AH^2} = \sqrt{9 \cdot 6 + 9 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot (6 + 2)} = \sqrt{9 \cdot 8} = \sqrt{72} \\ &= \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2} \text{ (см)} \end{aligned}$$

Відповідь: $6\sqrt{2}$ (см)



Знайдіть площу бічної поверхні призми, висота якої дорівнює 6 см, а основою є паралелограм зі сторонами 2 см і 3 см



Дано:

$MATHNOVA_1$ – пряма призма;

$MATH$ – паралелограм, за умовою;

$MA = 2$ см

$AT = 3$ см

$AV = 6$ см

Знайти:

S_6 – ?

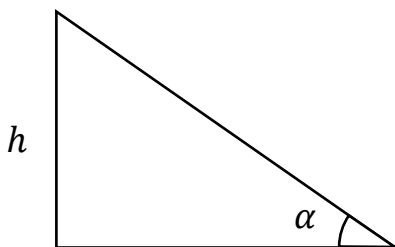
Розв'язок:

$$\left. \begin{aligned} S_6 &= P_{MATH} \cdot b \\ P_{MATH} &= 2(MA + AT) \\ b &= AV = 6 \text{ см (в прямій призмі} \\ &\text{висота збігається з бічним ребром)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_6 = 2(2 + 3) \cdot 6 = 60 \text{ см}^2$$

Відповідь: 60 см^2

№5

Кут між бічним ребром і площиною основи похилої призми дорівнює 30° , висота призми дорівнює 10 см. Знайдіть бічне ребро призми.



Дано:

Похила призма;

$h = 10$ см

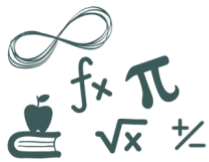
$\alpha = 30^\circ$

Знайти:

Бічне ребро призми – ?

Розв'язок:

- Кут між бічним ребром і площиною основи – це кут між бічним ребром і його проекцією на площину основи, за умовою цей кут 30°
- Отримали прямокутний трикутник (висота призми, бічне ребро та проекція бічного ребра на площину основи)



- В прямокутному трикутнику проти кута 30° лежить катет вдвічі менший за гіпотенузу

$$\text{Бічне ребро дорівнює } 2h = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см}$$

Відповідь: 20 см

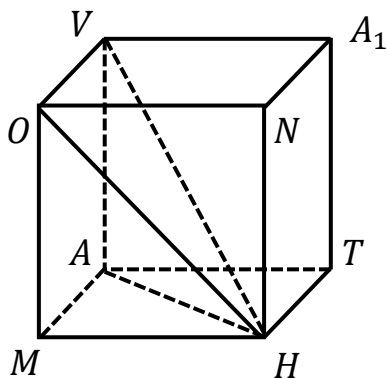
№6

Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює a , а кут між діагоналлю призми та бічною гранню становить 30° . Знайдіть:

- 1) Висоту призми
- 2) Кут між діагоналлю призми та площиною основи

Розв'язок:

- 1) Висоту призми;



Дано:

$MATHNOVA_1$ – правильна чотирикутна призма;

$MATH$ – квадрат, очевидно за умовою;

$$MA = a$$

$$\angle VHO = 30^\circ$$

Знайти:

$$MO - ?$$

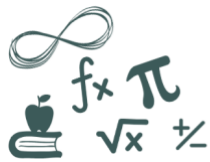
Розв'язок:

$$\left. \begin{array}{l} MATH - \text{квадрат} \\ MA = AT = TH = MH = a \end{array} \right| \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$$

Розглянемо $\triangle VON$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle VON = 90^\circ \\ \angle VHO = 30^\circ \\ VO = a \end{array} \right| \Rightarrow VH = 2VO = 2a \left(\begin{array}{l} \text{навпроти кута } 30^\circ \text{ лежить катет} \\ \text{вдвічі менший за гіпотенузу} \end{array} \right)$$

$$\cos 30^\circ = \frac{OH}{VH} \Rightarrow OH = VH \cos 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Розглянемо $\triangle OMH$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle M = 90^\circ \\ OH = a\sqrt{3} \\ MH = a \end{array} \right| \Rightarrow MO = \sqrt{OH^2 - MH^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

Розглянемо $\triangle VAH$:

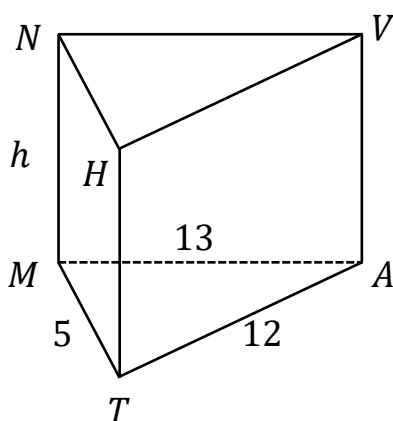
$$\left. \begin{array}{l} \angle A = 90^\circ \\ AH = a\sqrt{2} \\ VH = 2a \end{array} \right| \Rightarrow \cos \angle VHA = \frac{AH}{VH} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$$

Відповідь: 1) $a\sqrt{2}$; 2) 45°

№7

Сторони основи прямої трикутної призми дорівнюють 5 см, 12 см і 13 см, а площа повної поверхні – 270 см^2 . Знайдіть висоту призми.



Дано:

 $MATHNV$ – прямокутна трикутна призма $MT = 5 \text{ см}$ $MA = 12 \text{ см}$ $TA = 13 \text{ см}$ $S_{\Pi} = 270 \text{ см}^2$

Знайти:

 $h - ?$

Розв'язок:

В прямокутній призмі висота дорівнює бічному ребру, тому $MN = h$

$$S_{\Pi} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot MN$$

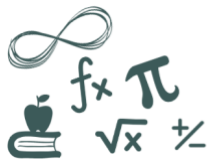
$$P_{\text{осн}} = 5 + 12 + 13 = 30 \text{ см}$$

Площу основи знайдемо за формулою Герона:

$$S_{\text{осн}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{5+12+13}{2} = 15 \text{ см}$$

$$S_{\text{осн}} = \sqrt{15 \cdot (15-5)(15-12)(15-13)} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{900} = 30 \text{ (см}^2\text{)}$$



$$\left. \begin{array}{l} S_{\Pi} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}} \\ S_{\Pi} = 270 \text{ см}^2 \\ S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot MN \\ P_{\text{осн}} = 30 \text{ см} \\ S_{\text{осн}} = 30 \text{ см}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 270 = 30MN + 2 \cdot 30$$

$$270 = 30MN + 2 \cdot 30$$

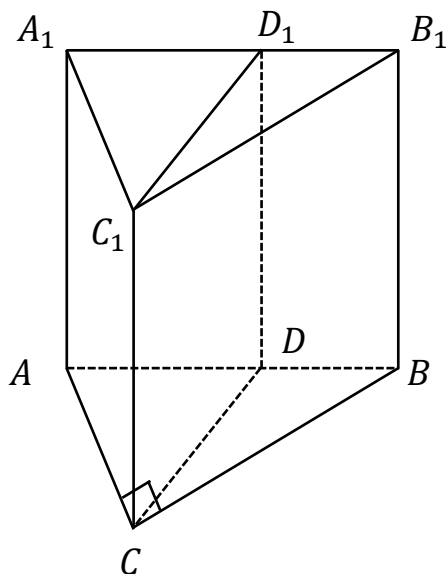
$$30MN = 210$$

$$MN = \frac{210}{30} = 7 \text{ см}$$

Відповідь: 7 см

№8

Прямокутний трикутник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) є основою прямої призми $ABCA_1B_1C_1$. Через пряму CC_1 проведено площину, яка перпендикулярна до прямої AB і перетинає ребро AB у точці D . Знайдіть площину утвореного перерізу призми, якщо $AD = 18$ см, $BD = 2$ см, а висота призми дорівнює 8 см



Дано:

$ABCA_1B_1C_1$ – пряма призма

$\triangle ABC: \angle C = 90^\circ$

$AB \perp CD$

$AD = 18$ см

$BD = 2$ см

$CC_1 = 8$ см

Знайти:

$S_{CC_1D_1D} = ?$

Розв'язок:

Розглянемо $\triangle ABC$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle C = 90^\circ \\ AD = 18 \\ BD = 2 \\ CD \perp AB \end{array} \right\} \left(\begin{array}{l} \text{Так як висота, проведена до гіпотенузи} \\ \text{в прямокутному трикутнику є середнім} \\ \text{пропорційним між проекціями катетів на} \\ \text{гіпотенузу (геометрія 8 кл)} \end{array} \right) \Rightarrow CD^2 = AD \cdot DB$$

$$CD^2 = AD \cdot DB$$

$$CD = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6$$

Так як CC_1D_1D – прямокутник, то його площа:

$$S_{CC_1D_1D} = 6 \cdot 8 = 48 \text{ см}^2$$

Відповідь: 48 см^2

IV. Підсумок уроку

- Що таке призма?
- Які існують призми?
- Яка призма є правильною?
- Який переріз називається діагональним?
- Як знайти площу повної поверхні призми?
- Як можна знайти площу бічної поверхні прямої призми?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §4 Виконати № 16.7; 16.9; 16.16; 16.20; 16.24	Мерзляк А.Г.
Опрацювати §1 Виконати № 1.8; 1.14; 1.20; 1.24; 1.30; 1.34; 1.38	Істер О.С.
Повторити §1 Виконати № 1.6; 1.8; 1.10; 1.12; 1.14; 1.16	Нелін Є.П.
Опрацювати §17 Виконати № 613; 615; 617; 627; 629	Бевз Г.П.