

СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ. СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ ТА СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ПЛОЩИНИ.

I Варіант

1. (1 б) Якщо два вектори співнаправлені, то кут між ними:
А) 180° Б) 0°
В) 90° Г) Завжди різні (визначити неможливо)
2. (1 б) Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{m}$ і $\vec{n}$, якщо $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 9$,
 $\cos \angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{1}{3}$

Розв'язання:

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = |\vec{m}| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos \angle(\vec{m}, \vec{n}) = 2 \cdot 9 \cdot \frac{1}{3} = 6$$

Відповідь: 6

- A) 2 Б) 9
В) 6 Г) 12
3. (1 б) Назвіть координати точки, симетричної точці $A(1; 2; 0)$ відносно площини $xу$:
- A) $A'(-1; 2; 0)$ Б) $A'(1; -2; 0)$
В) $A'(-1; -2; 0)$ Г) $A'(1; 2; 0)$
4. (2 б) Знайдіть довжину вектора, якщо його початок в точці $A(-1; -4; 0)$, а кінець – точка B , яка симетрична точці A відносно початку координат.

Розв'язання:

Знайдемо координати точки, симетричної точці A відносно початку координат:

$$B(1; 4; 0)$$

Знайдемо довжину вектора $\overrightarrow{AB}$:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 8^2 + 0} = \sqrt{68} = \sqrt{4 \cdot 17} = 2\sqrt{17}$$

5. (2 б) При якому значенні y вектори $\vec{m}(2; y; -5)$ і $\vec{n}(3; 1; 4)$ будуть перпендикулярні?

Розв'язання:

Если $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$, то $\vec{m} \perp \vec{n}$.

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = 6 + y - 20 = y - 14$$

$$y - 14 = 0$$

$$y = 14$$

СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ. СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ
ТА СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ПЛОЩИНИ.

6. (2,5 б) Знайдіть кут між векторами $\vec{m}(1; 1; 0)$ і $\vec{n}(1; -1; 0)$

Розв'язання:

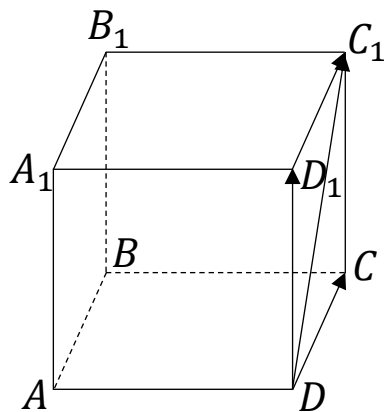
$$|\vec{m}| = \sqrt{1 + 1 + 0} = \sqrt{2}$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{1 + 1 + 0} = \sqrt{2}$$

$$\cos \angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1 - 1 + 0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$$

7. (2,5 б) $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, ребро якого дорівнює 2. Виконайте побудову куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, знайдіть скалярний добуток векторів $\overrightarrow{DD_1}$ і $\overrightarrow{DC_1}$ та побудуйте на рисунку вектор, що є сумою векторів $\overrightarrow{DD_1}$ і $\overrightarrow{DC}$.



$$|\overrightarrow{DC_1}| = 2\sqrt{2} \left(\begin{array}{l} \text{діагональ квадрата} \\ \text{з ребром 2} \end{array} \right)$$

$$\angle(\overrightarrow{DD_1}, \overrightarrow{DC_1}) = 45^\circ \left(\begin{array}{l} \Delta DD_1 C_1 \\ \text{рівнобедрений} \\ \text{прямокутний} \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DD_1} \cdot \overrightarrow{DC_1} &= |\overrightarrow{DD_1}| \cdot |\overrightarrow{DC_1}| \cdot \cos \angle(\overrightarrow{DD_1}, \overrightarrow{DC_1}) \\ &= 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC_1}$$

СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ. СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ ТА СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ПЛОЩИНИ.

II ВАРІАНТ

- (1 б) Якщо два вектори протилежно напрямлені, то кут між ними:
А) 180° Б) 0°
В) 90° Г) Завжди різні (визначити неможливо)
- (1 б) Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$,
 $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{4}$

Розв'язання:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 6 \cdot \frac{1}{4} = 3$$

Відповідь: 3

3. (1 б) Назвіть координати точки, симетричної точці $B(3; 0; 8)$ відносно площини xz :
- А) $B'(-3; 0; -8)$ Б) $B'(-3; 0; 8)$
В) $B'(3; 0; 8)$ Г) $B'(3; 0; -8)$
4. (2 б) Знайдіть довжину вектора, якщо його початок в точці $M(-2; 0; -4)$, а кінець – точка N , яка симетрична точці M відносно початку координат.

Розв'язання:

Знайдемо координати точки, симетричної точці M відносно початку координат:

$$N(2; 0; 4)$$

Знайдемо довжину вектора $\overrightarrow{MN}$:

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 8^2} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5}$$

5. (2 б) При якому значенні u вектори $\vec{a}(x; -3; 7)$ і $\vec{b}(2; -2; 4)$ будуть перпендикулярні?

Розв'язання:

ЯКЩО $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, ТО $\vec{a} \perp \vec{b}$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2x + 6 + 28 = 2x + 34$$

$$2x + 34 = 0$$

$$2x = -34$$

$$x = -17$$

СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ. СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ
ТА СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ПЛОЩИНИ.

6. (2,5 б) Знайдіть кут між векторами $\vec{a}(2; -6; 0)$ і $\vec{b}(3; 1; 1)$

Розв'язання:

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 36 + 0} = \sqrt{40}$$

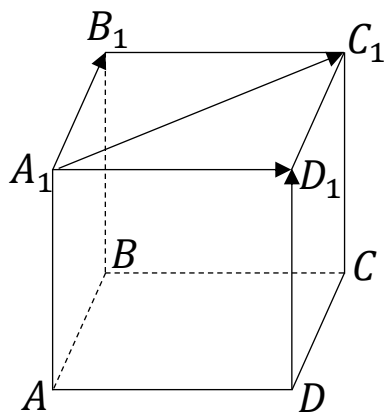
$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 1 + 1} = \sqrt{11}$$

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{6 - 6 + 0}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{11}} = 0$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$$

7. (2,5 б) $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, ребро якого дорівнює 3. Виконайте побудову куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, знайдіть скалярний добуток векторів $\overrightarrow{A_1 B_1}$ і $\overrightarrow{A_1 C_1}$ та побудуйте на рисунку вектор, що є сумою векторів $\overrightarrow{A_1 B_1}$ і $\overrightarrow{A_1 D_1}$.

Розв'язання:



$$|\overrightarrow{A_1 C_1}| = 3\sqrt{2} \left(\begin{array}{l} \text{діагональ квадрата} \\ \text{з ребром 3} \end{array} \right)$$

$$\angle(\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{A_1 C_1}) = 45^\circ \left(\begin{array}{l} \Delta A_1 B_1 C_1 \\ \text{рівнобедрений} \\ \text{прямокутний} \end{array} \right)$$

$$\overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{A_1 C_1} = |\overrightarrow{A_1 B_1}| \cdot |\overrightarrow{A_1 C_1}|$$

$$\cdot \cos \angle(\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{A_1 C_1}) = 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9$$

$$\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_1 D_1} = \overrightarrow{A_1 C_1}$$