

Тема: Розв'язування типових завдань за темою «Скалярний добуток векторів. Кут між векторами»

Мета: Формувати вміння використовувати набуті знання для розв'язування типових завдань. Перевірити рівень засвоєного матеріалу, виявити можливі прогалини.

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

I. Розв'язування завдань

№1

$\vec{a}$ і $\vec{b}$ - ненульові вектори. Вкажіть співнапрямлені, протилежно напрямлені, перпендикулярні вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо:

- | | |
|---|-----------------------|
| 1) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$ | Співнапрямлені |
| 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ | Перпендикулярні |
| 3) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$ | Протилежно напрямлені |
| 4) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ | Неколінеарні |

№2

Знайдіть скалярний квадрат вектора $\vec{a}$, якщо:

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1) $\vec{a}(1; 0; -1)$ | 2) $\vec{a}(2; 3; -5)$ |
| 3) $ \vec{a} = 4$ | 4) $ \vec{a} = 2\sqrt{3}$ |

Розв'язання:

- 1) $\vec{a}^2 = 1^2 + 0^2 + (-1)^2 = 2$
- 2) $\vec{a}^2 = 2^2 + 3^2 + (-5)^2 = 4 + 9 + 25 = 38$
- 3) $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = 4^2 = 16$
- 4) $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

№3

Знайдіть кут між векторами:

- | | |
|--|---|
| 1) $\vec{a}(2; 0; -2)$ і $\vec{b}(3; -3; 0)$ | 2) $\vec{a}(1; 2; 3)$ і $\vec{b}(-9; 3; 1)$ |
|--|---|

Розв'язання:

$$1) \quad \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{6 + 0 + 0}{\sqrt{4 + 0 + 4} \cdot \sqrt{9 + 9 + 0}} = \frac{6}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}} = \frac{6}{\sqrt{144}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
$$\varphi = 60^\circ$$

$$2) \quad \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-9 + 6 + 3}{\sqrt{1 + 4 + 9} \cdot \sqrt{81 + 9 + 1}} = \frac{0}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{91}} = 0$$
$$\varphi = 0^\circ$$

№4

Дано вектори $\vec{m}(-5; 0; 1)$ і $\vec{n}(5; -1; 0)$. Обчисліть:

$$1) \quad |\vec{m} + \vec{n}| \qquad 2) \quad |2\vec{m} - \vec{n}|$$

Розв'язання:

$$1) \quad \vec{m}(-5; 0; 1) + \vec{n}(5; -1; 0) = \vec{c}(0; -1; 1)$$

$$|\vec{m} + \vec{n}| = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$2) \quad 2 \cdot \vec{m} = 2\vec{m}(-10; 0; 2)$$

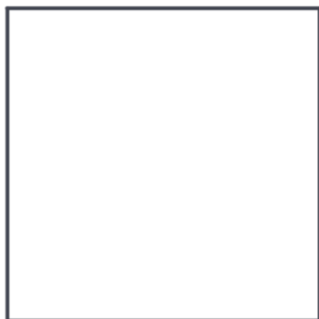
$$2\vec{m}(-10; 0; 2) - \vec{n}(5; -1; 0) = \vec{d}(-15; 1; 2)$$

$$|2\vec{m} - \vec{n}| = \sqrt{225 + 1 + 4} = \sqrt{230}$$

№5

Доведіть, що $ABCD$ – квадрат, якщо $A(1; 1; 1)$, $B(1; 5; 1)$, $C(5; 5; 1)$, $D(5; 1; 1)$

$B(1; 5; 1)$ $C(5; 5; 1)$



$A(1; 1; 1)$ $D(5; 1; 1)$

Доведення:

$$\overrightarrow{AB}(0; 4; 0) \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{0 + 16 + 0} = 4$$

$$\overrightarrow{BC}(4; 0; 0) \quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{16 + 0 + 0} = 4$$

$$\overrightarrow{CD}(0; -4; 0) \quad |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{0 + 16 + 0} = 4$$

$$\overrightarrow{AD}(4; 0; 0) \quad |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{16 + 0 + 0} = 4$$

Оскільки довжини всіх сторін рівні, то даний чотирикутник ромб.

$$\cos \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{0 + 0 + 0}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = 0 \rightarrow \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$$

Оскільки протилежні кути ромба рівні і сума кутів чотирикутника 360° , то в даного ромба всі кути рівні, отже він є квадратом.

Доведено

II. Підсумок уроку

- Що є кутом між векторами, які не перетинаються? Яка градусна міра між співнапрямленими векторами?
- Як знайти скалярний добуток векторів, якщо відомі їх координати?
- Як знайти скалярний добуток векторів, якщо відомі їх довжини і кут між ними?
- Якщо вектори перпендикулярні, то їх скалярний добуток дорівнює... ?
- Як знайти градусну міру між векторами, якщо відомі їх довжини?

III. Домашнє завдання

Повторити § 14

О.С. Істер

Виконати № 14.4; 14.14; 14.12; 14.18; (2018)

14.21

Повторити § 6, п.42

А.Г. Мерзляк

Виконати № 42.13; 42.15; 42.17; 42.21 (2018)