

**Тема:** Координати вектора. Операції над векторами, які задано координатами.

**Мета:** Пригадати як раніше знаходили координати вектора за координатами його початку і кінця; як знаходили модуль вектора за координатами його початку і кінця, а також за даними координатами вектора; як додавали і віднімали вектори, що задані координатами; як множили вектор заданий координатами на число; пригадати ознаку колінеарності векторів, заданих координатами та розширити всі ці поняття про вектор у стереометрії.

## Хід уроку

### I. Організаційний етап

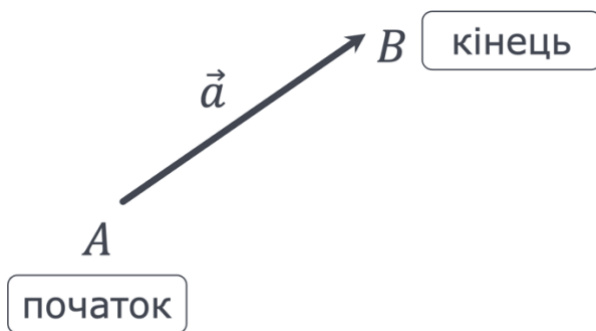
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

### I. Актуалізація опорних знань

### II. Вивчення нового матеріалу

#### // Координати вектора

- Пригадайте, як ви знаходили координати вектора на площині?  
(Учні висловлюють власну думку)



Координатами вектора  $\overrightarrow{AB}$  з початком  $A(x_1; y_1; z_1)$  і кінцем  $B(x_2; y_2; z_2)$  називають числа  $x = x_2 - x_1$ ,  $y = y_2 - y_1$  і  $z = z_2 - z_1$



$\overrightarrow{AB}(x; y; z); \vec{a}(x; y; z)$

Вектор  $\overrightarrow{AB}$  з координатами  $x, y$  і  $z$

**У рівних векторів відповідні координати рівні і навпаки.**

### Приклад 1

Знайдіть координати  $\overrightarrow{AB}$ , якщо  $A(7; 3; 24)$ ,  $B(5; 0; 8)$

**Розв'язання:**

$$x = 5 - 7 = -2; y = 0 - 3 = -3; z = 8 - 24 = -16$$

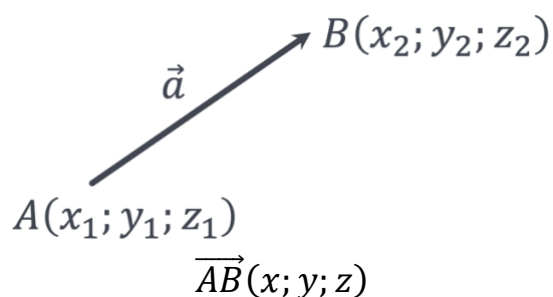
$$\overrightarrow{AB}(-2; -3; -16)$$

**Відповідь:**  $\overrightarrow{AB}(-2; -3; -16)$

## // Модуль (довжина) вектора

- Пригадайте, як ви знаходили модуль вектора на площині?

(Учні висловлюють власну думку)



За координатами кінців вектора:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

За координатами вектора:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

### Приклад 2

Знайдіть довжину вектора  $\vec{AB}(2; 1; 3)$

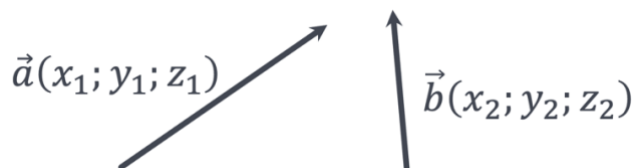
**Розв'язання:**

$$|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

**Відповідь:**  $|\vec{AB}| = \sqrt{14}$

## // Дії над векторами

- Пригадайте, як ви додавали і віднімали вектори, задані координатами? Як множили вектор, заданий координатами, на число?



**Сума векторів  $\vec{a} + \vec{b}$ :**

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

**Різниця векторів  $\vec{a} - \vec{b}$ :**

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

**Добуток вектора  $\vec{a}$  на число  $\lambda$ :**

$$\lambda \vec{a} = \vec{c}(\lambda x_1; \lambda y_1; \lambda z_1)$$

### Приклад 3.1

Знайдіть суму векторів  $\vec{a}(0; 7; 4)$  і  $\vec{b}(2; 5; 3)$

**Розв'язання:**

$$\begin{aligned} x &= 0 + 2 = 2; y = 7 + 5 = 12; z \\ &= 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

**Відповідь:**  $\vec{m}(2; 12; 7)$

### Приклад 3.2

Знайдіть координати вектора  $2\vec{m}$

**Розв'язання:**

$$2 \cdot \vec{m} = 2\vec{m}(4; 24; 14)$$

**Відповідь:**  $2\vec{m}(4; 24; 14)$

## // Ознака колінеарності векторів

- Пригадайте, як ви раніше визначали за координатами векторів колінеарні дані вектори чи ні?

*Як дізнатись, чи колінеарні дані вектори?*

$$\vec{a}(x_1; y_1; z_1) \qquad \vec{b}(x_2; y_2; z_2)$$

**Координати колінеарних векторів пропорційні, тому:**

$$1) \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = \lambda \rightarrow \vec{a} \text{ і } \vec{b} \text{ колінеарні}$$

$$\vec{b} = \lambda \vec{a}$$

$$2) \quad \text{Одна й та сама координата дорівнює нулю, а інші пропорційні} \\ \rightarrow \vec{a} \text{ і } \vec{b} \text{ колінеарні}$$

$$\lambda > 0 \rightarrow \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$$

$$\lambda < 0 \rightarrow \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$$

### Приклад 4

Чи колінеарні вектори  $\vec{m}(2; -10; 8)$  і  $\vec{n}(-1; 5; -4)$

$$\frac{2}{-1} = \frac{-10}{5} = \frac{8}{-4} = -2 \rightarrow \vec{m} \uparrow \downarrow \vec{n}$$

**Відповідь:**  $\vec{m} \uparrow \downarrow \vec{n}$

## III. Розв'язування завдань

**№1**

Знайдіть суму і різницю векторів  $3\vec{a}$  і  $\frac{1}{2}\vec{b}$ , якщо:

$$1) \quad \vec{a}(1; 0; 7); \vec{b}(4; 10; 18)$$

$$2) \quad \vec{a}(0; 0; 2); \vec{b}(2; 0; 8)$$

**Розв'язання:**

$$1) \quad 3 \cdot \vec{a} = 3\vec{a}(3; 0; 21); \frac{1}{2} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{b}(2; 5; 9)$$

$$3\vec{a}(3; 0; 21) - \frac{1}{2}\vec{b}(2; 5; 9) = \vec{c}(1; -5; 12)$$

$$3\vec{a}(3; 0; 21) + \frac{1}{2}\vec{b}(2; 5; 9) = \vec{d}(5; 5; 30)$$

$$2) \quad 3 \cdot \vec{a} = 3\vec{a}(0; 0; 6); \frac{1}{2} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{b}(1; 0; 4)$$

$$3\vec{a}(0; 0; 6) - \frac{1}{2}\vec{b}(1; 0; 4) = \vec{m}(-1; 0; 2)$$

$$3\vec{a}(0; 0; 6) + \frac{1}{2}\vec{b}(1; 0; 4) = \vec{n}(1; 0; 10)$$



$$\sqrt{a^2 - 4a + 4 + a^2 - 6a + 9 + a^2 - 12a + 36} = \sqrt{42}$$

$$3a^2 - 22a + 49 = 42$$

$$3a^2 - 22a + 7 = 0$$

$$D = 484 - 84 = 400 = 20^2$$

$$a_{1,2} = \frac{22 \pm 20}{6} = \left[ \begin{array}{l} 7 \\ 2 \\ 6 \end{array} \right] = \frac{1}{3}$$

#### IV. Підсумок уроку

- Поясніть, як знайти координати вектора, якщо відомі координати його початку і кінця?
- Поясніть, як можна знайти модуль вектора?
- Поясніть, як додати (відняти) два вектори, якщо відомі координати їх початків і кінців?
- Поясніть, як помножити вектор, який задано координатами, на число?
- Поясніть, як знаючи координати двох векторів, з'ясувати – колінеарні дані вектори чи ні?

#### V. Домашнє завдання

Опрацювати § 13

Виконати №13.2; 13.8; 13.12; 13.18; 13.24

О.С. Істер  
(2018)

Опрацювати §6, п. п. 40-41

Виконати № 40.6; 40.8; 40.16; 41.5; 41.10

А.Г. Мерзляк  
(2018)