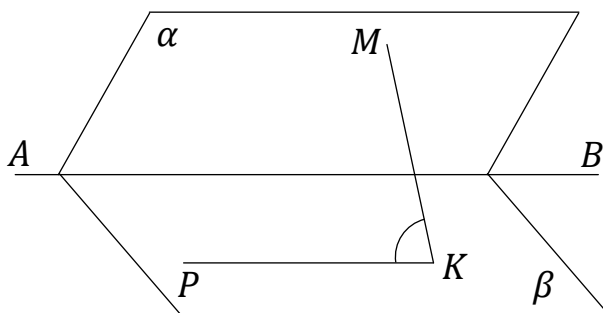


ДВОГРАННИЙ КУТ. ВІДСТАНІ І КУТИ У ПРОСТОРИ

I Варіант

- 1) (2 б) *Оберіть одну правильну відповідь. Якщо одна з двох площин проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то такі площини:*
 А) Паралельні
 Б) **Перпендикулярні**
 В) Співпадають
 Г) Визначити не можливо
- 2) (2 б) *Оберіть всі правильні відповіді. Чи може ортогональна проекція відрізка бути:*
 А) **Менше відрізка**
 Б) **Більше відрізка**
 В) **Дорівнювати відрізку**
 Г) **Бути ламаною**

3)



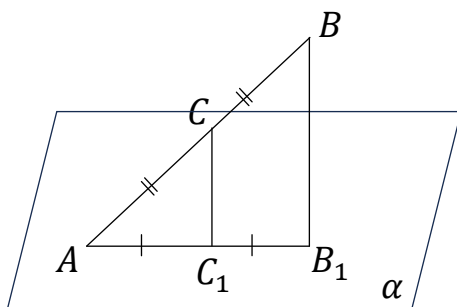
(2 б)

Точка $M \in \alpha$
 Точка $K \in \beta$
 Промінь $KP \in \beta$, $KP \parallel AB$
 $\angle MKP = 57^\circ$
 Знайдіть $\angle(MK, AB)$

$$\left. \begin{array}{l} KP \parallel AB \\ \angle(MK, KP) = 57^\circ \end{array} \right| \rightarrow \angle(MK, AB) = 57^\circ$$

Відповідь: 57°

- 4) (2 б) Один кінець відрізка довжиною 8 см належить площині α , а інший віддалений від неї на 4 см. Знайдіть відстань від середини даного відрізка до площини α , виконайте побудову до завдання.



Розв'язання:

$$AC = CB \rightarrow AC_1 = C_1B_1 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Середина} \\ \text{відрізка} \\ \text{проектується} \\ \text{в середину} \\ \text{його проекції} \end{array} \right)$$

З $\triangle ABB_1$:

CC_1 – середня лінія

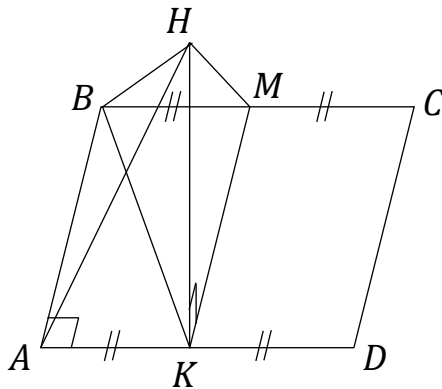
$$CC_1 = \frac{1}{2} BB_1 = \frac{4}{2} = 2 \text{ см}$$

Відповідь: 2 см

ДВОГРАННИЙ КУТ. ВІДСТАНІ І КУТИ У ПРОСТОРІ

5) Через середину K сторони AD квадрата $ABCD$ побудовано перпендикуляр NK до його площини. $NK = 4\sqrt{3}$ см, $AB = 8$ см. Виконайте побудову та обчисліть:

- 1) (2 б) Відстань від точки N до сторони квадрата BC
- 2) (2 б) Площу трикутника ANB та його проекції на площину квадрата



Дано:

$ABCD$ – квадрат

$NK \perp ABC$

$AB = 8$ см

$NK = 4\sqrt{3}$ см

Знайти:

NM, S_{ANB}, S_{ABK}

Розв'язання:

З $\triangle НКМ$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$NM = \sqrt{NK^2 + KM^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{48 + 64} = \sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7} \text{ см}$$

З $\triangle ВАК$ ($\angle A = 90^\circ$):

$$S_{ABK} = \frac{BA \cdot AK}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ см}^2$$

$$S_{ABK} = S_{ANB} \cdot \cos \varphi$$

З $\triangle НКА$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$\operatorname{tg} A = \frac{NK}{AK} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \rightarrow \angle A = 60^\circ$$

$$S_{ANB} = S_{ABK} : \cos 60 = 16 : \frac{1}{2} = 16 \cdot 2 = 32 \text{ см}^2$$

Відповідь: 1) $4\sqrt{7}$ см; 2) $32 \text{ см}^2, 16 \text{ см}^2$

ДВОГРАННИЙ КУТ. ВІДСТАНІ І КУТИ У ПРОСТОРІ

II Варіант

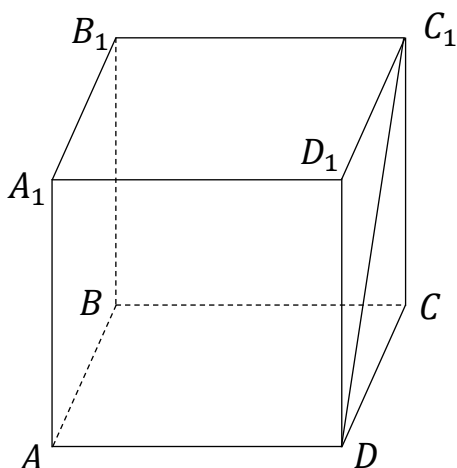
- 1) (2 б) *Оберіть одну правильну відповідь.* Двогранний кут – фігура, утворена двома:

- А) Півплощинами зі спільною прямою
 Б) Площиною і двома променями, які виходять з довільної точки даної площини
 В) Паралельними площинами
 Г) Площиною і двома довільними променями, один з яких обов'язково належить площині

- 2) (2 б) *Оберіть всі правильні відповіді.* Чи може ортогональна проекція квадрата бути:

- А) Прямокутником
 Б) Трапецією
 В) Квадратом
 Г) Паралелепіпедом

3)



(2 б)

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб.

Знайдіть $\angle(DC_1, AB)$

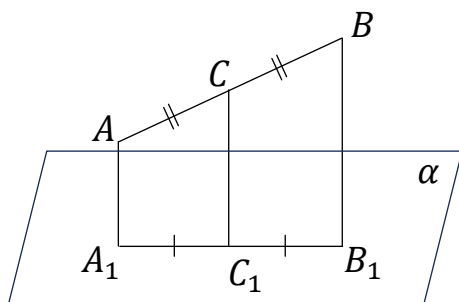
Розв'язання:

$\triangle DCC_1$ – прямокутний рівнобедрений, тому $\angle C_1DC = 45^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ \angle(DC_1, DC) = 45^\circ \end{array} \right| \rightarrow \angle(DC_1, AB) = 45^\circ$$

Відповідь: 45°

- 4) (2 б) Кінці відрізка, який не перетинає площину β , віддалені від неї на відстані 8 см і 5 см. Знайдіть відстань від середини даного відрізка до площини β , виконайте побудову до завдання.



Розв'язання:

$$AC = CB \rightarrow A_1C_1 = C_1B_1 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Середина} \\ \text{відрізка} \\ \text{проектується} \\ \text{в середину} \\ \text{його проекції} \end{array} \right)$$

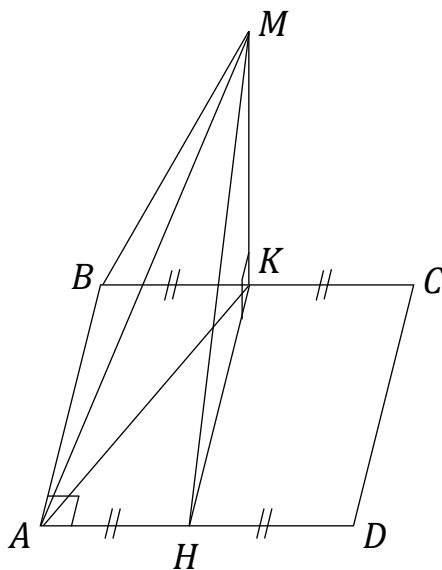
З трапеції ABB_1A_1 :
 C_1B_1 – середня лінія

$$C_1B_1 = \frac{A_1A + B_1B}{2} = \frac{5 + 8}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ см}$$

Відповідь: 6,5 см

ДВОГРАННИЙ КУТ. ВІДСТАНІ І КУТИ У ПРОСТОРИ

- 5) Через середину K сторони BC прямокутника $ABCD$ побудовано перпендикуляр MK до його площини. $AB = 8$ см, $AD = 12$ см, $MK = 6$ см. Виконайте побудову та обчисліть:
- 1) (2 б) Відстань від точки M до сторони прямокутника AD
 - 2) (2 б) Площу трикутника AMB та його проекції на площину квадрата

**Дано:** $ABCD$ – прямокутник $MK \perp ABC$ $AB = 8$ см $AD = 12$ см $MK = 6$ см**Знайти:** MH, S_{AMB}, S_{ABK} **Розв'язання:**З $\triangle MKH$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$MH = \sqrt{MK^2 + KH^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ см}$$

З $\triangle ABK$ ($\angle B = 90^\circ$):

$$S_{ABK} = \frac{BA \cdot BK}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ см}^2$$

 $S_{ABK} = S_{AMK} \cdot \cos \varphi$ З $\triangle BKM$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$\left. \begin{array}{l} MK = 6 \text{ см} \\ BK = 6 \text{ см} \\ \angle K = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle MKB - \begin{array}{l} \text{прямокутний} \\ \text{рівнобедрений} \end{array} \rightarrow \angle B = \angle M = 45^\circ$$

$$S_{AMK} = S_{ABK} : \cos 45^\circ = 24 : \frac{\sqrt{2}}{2} = 24 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{48}{\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ см}^2$$

Відповідь: 1) 10 см; 2) $24\sqrt{2}$ см²