

Тема: Розв'язування типових завдань за темою «Двогранний кут. Перпендикулярність площин»

Мета: Формувати вміння використовувати набуті знання для розв'язування типових завдань. Перевірити рівень засвоєного матеріалу, виявити можливі прогалини.

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

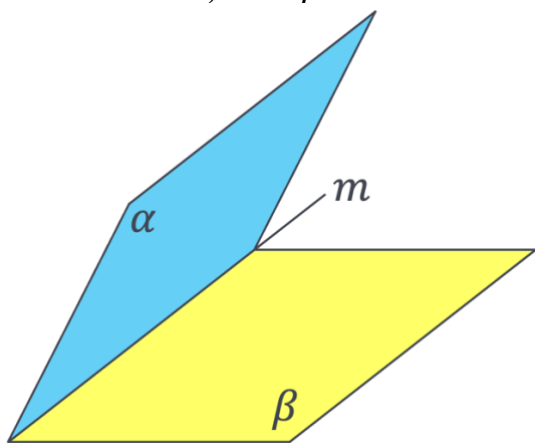
I. Розв'язування завдань

№1

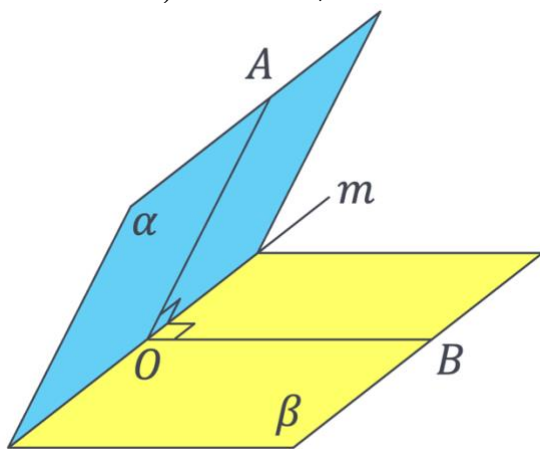
- 1) Побудуйте дві довільні площини, які перетинаються.
- 2) Побудуйте площину, яка перпендикулярна одночасно до двох побудованих Вами площин.
- 3) Доведіть наочно за допомогою книжки, зошита і косинця правильність Вашої побудови. Скільки таких площин можна побудувати?

Розв'язання:

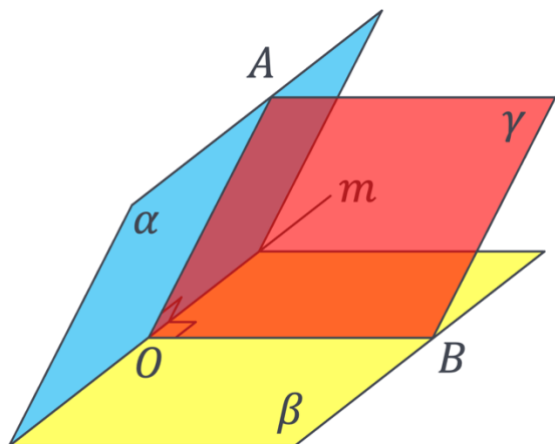
1) $\alpha \cap \beta = m$



2) $AO \perp m, BO \perp m$



3) $\gamma \perp \alpha \perp \beta$



Якщо розгорнути книжку на парті і збоку приставити до неї зошит, потім взяти кутник, то ми побачимо, що в будь-якому положенні розгорнутої книжки буде перпендикуляр між зошитом і обома півплощинами книжки. Таких площин γ можна побудувати безліч.

№2

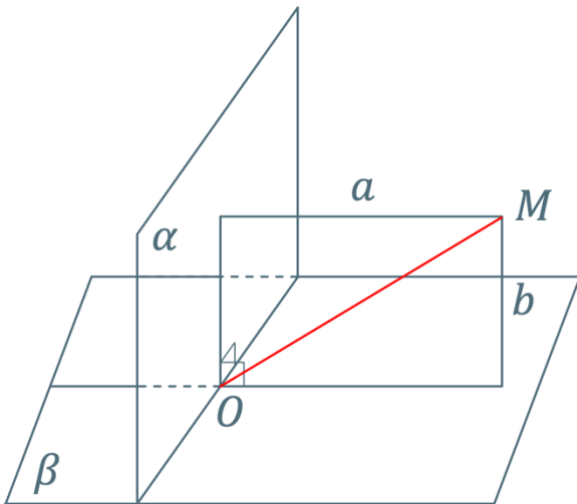
Поясніть, як за допомогою нитки і камінця перевірити, чи ворота встановлені перпендикулярно до поверхні землі? Якою теоремою при цьому Ви скористались?

Розв'язання:

Потрібно до нитки прив'язати камінець і перевірити, чи буде натягнута нитка дотикатись до двох петель воріт, якщо так – площина воріт перпендикулярна площині землі, якщо ні – не перпендикулярна. В даному випадку ми використовуємо теорему про ознаку перпендикулярності площин (*Якщо одна з двох площин проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то такі площини перпендикулярні.*), де натягнута нитка – пряма, а площина землі – площина, до якої має бути перпендикулярною пряма.

№3

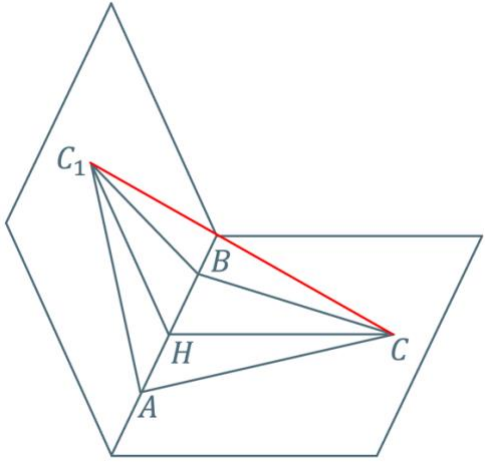
Відстані від точки M до двох перпендикулярних площин α і β відповідно дорівнюють a і b . Знайдіть відстань від точки M до ребра перетину площин α і β . Виконайте побудову.



Відповідь: $MO = \sqrt{a^2 + b^2}$

№4

Рівнобедрені трикутники ABC і ABC_1 лежать у різних гранях двогранного кута з ребром AB , який дорівнює 120° . Знайдіть відстань між вершинами C і C_1 трикутників ABC і ABC_1 , якщо висоти трикутників CH і C_1H дорівнюють відповідно $\sqrt{3}$ см і 1 см. Виконайте побудову.



Розв'язання:

$$\left. \begin{array}{l} CH \perp AB \\ C_1H \perp AB \end{array} \right| \rightarrow \angle C_1HB = 120^\circ$$

З $\triangle C_1HC$, за теоремою косинусів:

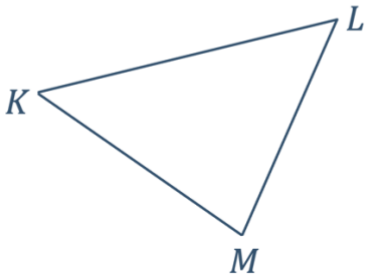
$$\begin{aligned} CC_1^2 &= C_1H^2 + CH^2 - 2C_1H \cdot CH \cdot \cos 120^\circ \\ &= 1 + 3 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 4 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$CC_1 = \sqrt{4 + \sqrt{3}}$$

Відповідь: $CC_1 = \sqrt{4 + \sqrt{3}}$

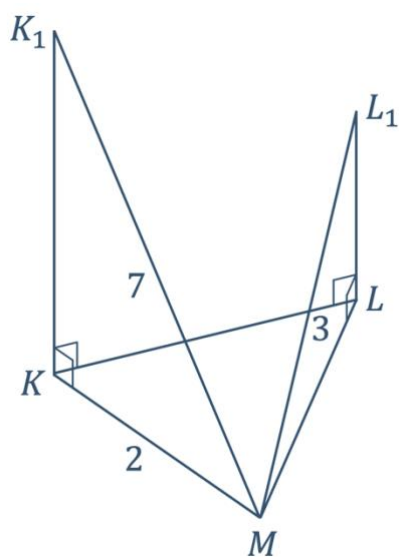
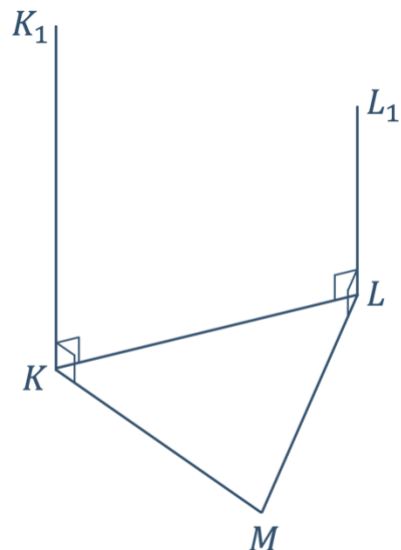
№5

З вершин K і L рівностороннього трикутника KLM проведені перпендикуляри KK_1 і LL_1 до площини трикутника. Знайдіть відстань від вершини M до середини відрізка K_1L_1 , якщо $KM = 2$ см, $MK_1 = 7$ см, $ML_1 = 3$ см, а відрізок K_1L_1 не перетинає площину трикутника KLM .



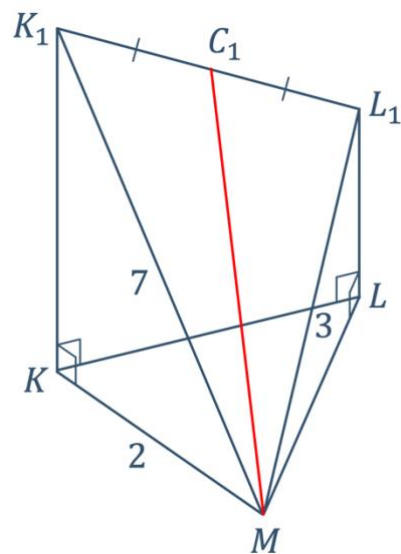
Побудуємо проекцію рівностороннього трикутника KLM .

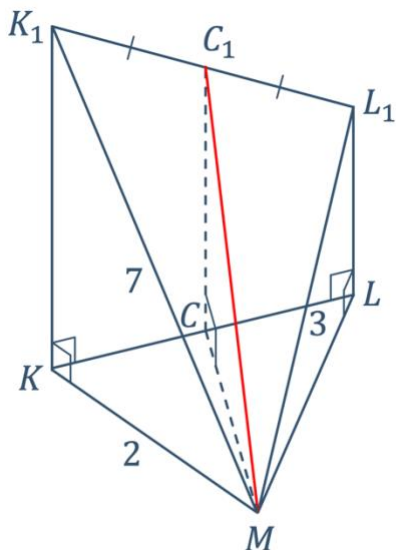
Побудуємо перпендикуляри KK_1 і LL_1 до площини трикутника KLM .



Позначимо дані в умові величини.

MC_1 – довжина відрізка, яку потрібно знайти.





Розв'язання:

$$\left. \begin{array}{l} KK_1 \perp KL \\ LL_1 \perp KL \end{array} \right\} \rightarrow KK_1 \parallel LL_1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} KK_1L_1L - \text{трапеція} \\ \Delta K_1KM - \text{прямокутний} \\ \Delta L_1LM - \text{прямокутний} \end{array} \right.$$

З $\Delta K_1KM (\angle K = 90^\circ)$:

$$KK_1 = \sqrt{K_1M^2 - KM^2} = \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ см}$$

З $\Delta L_1LM (\angle L = 90^\circ)$:

$$LL_1 = \sqrt{L_1M^2 - LM^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5} \text{ см}$$

Розглянемо рівносторонній ΔKLM :

З вершини M трикутника KLM побудуємо висоту MC

$$MC = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ см}$$

MC – медіана (ΔKLM – рівносторонній), тому $CK = CL$.

$$\left. \begin{array}{l} KK_1L_1L - \text{трапеція} \\ CK = CL \\ KK_1 \parallel LL_1 \end{array} \right\} \rightarrow CC_1 = \frac{LL_1 + KK_1}{2} = \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{2} = \frac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} \text{ см}$$

З $\Delta MCC_1 (\angle C = 90^\circ)$:

$$MC_1 = \sqrt{CC_1^2 + MC^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{20 + 3} = \sqrt{23} \text{ см}$$

Відповідь: $\sqrt{23}$ см

II. Підсумок уроку

- Назвіть основні елементи двогранного кута
- Що таке лінійний кут двогранного кута?
- Які площини перпендикулярні?
- Сформулюйте ознаку перпендикулярності площин
- Як знайти кут між двома площинами?

III. Домашнє завдання

Повторити §8

Виконати № 8.10, 8.12, 8.31

Повторити §5, п.37

Виконати № 37.10, 37.17, 37.19

О.С. Істер

(2018)

А.Г. Мерзляк

(2018)