

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри»

Мета: Формувати вміння використовувати теорему про три перпендикуляри, теорему, обернену до теореми про три перпендикуляри, властивості перпендикуляра й похилої для розв'язування типових завдань. Формувати вміння працювати самостійно та застосовувати набуті знання на практиці. Перевірити рівень засвоєного матеріалу, виявити можливі прогалини.

Хід уроку

I. Організаційний етап

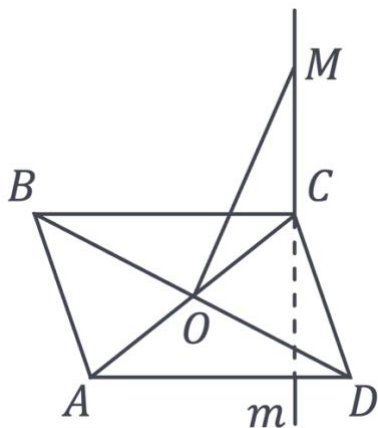
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

I. Розв'язування завдань

Контроль знань, самооцінювання

(Учням пропонується розв'язати 2 завдання по 6 балів кожне. Завдання відображаються в презентації на одному слайді і подані в 2-х варіантах. Після виконання в презентації демонструються відповіді, а учні самостійно визначають свою оцінку)

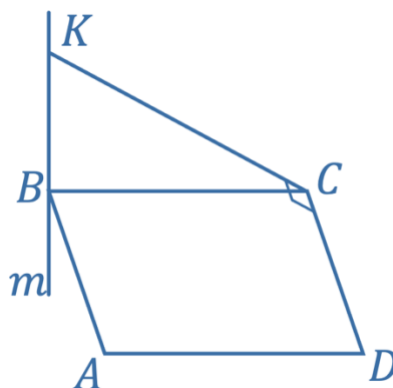
I Варіант



- 1) $ABCD$ – ромб.
Доведіть, що $BD \perp MO$?
- 2) Знайдіть OC , якщо $MC = 3\sqrt{3}$ см, $\angle OMC = 30^\circ$

$$m \perp (ABC)$$

II Варіант

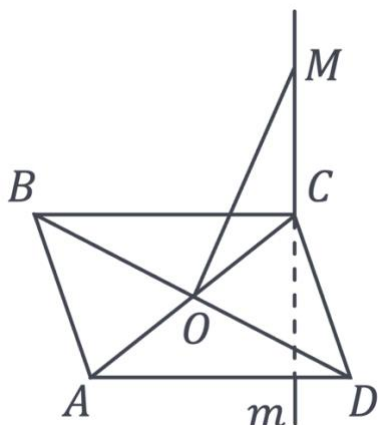


- 1) $ABCD$ – паралелограм, $KC \perp DC$.
Доведіть, що $ABCD$ – прямокутник.
- 2) Знайдіть KC , якщо $KB = 8$ см, $\angle KCB = 30^\circ$

Розв'язання:

I Варіант

$m \perp (ABC)$

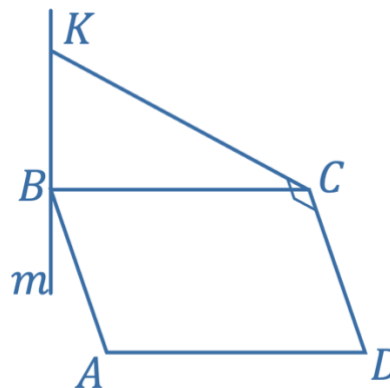


- 1) Оскільки $BD \perp OC$ ($ABCD$ – ромб), то за теоремою, оберненою до теореми про три перпендикуляри $BD \perp MO$.

Доведено.

$$\begin{aligned} 2) \quad \operatorname{tg} M &= \frac{OC}{MC} \rightarrow OC = \operatorname{tg} M \cdot MC \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} = 3 \end{aligned}$$

II Варіант

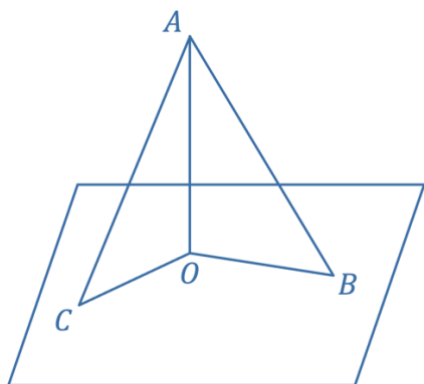


- 1) Оскільки $KC \perp DC$, то за теоремою, оберненою до теореми про три перпендикуляри $CD \perp BC$, отже паралелограм $ABCD$ – прямокутник.

Доведено.

$$\begin{aligned} 2) \quad \sin C &= \frac{KB}{KC} \rightarrow KC = \frac{KB}{\sin C} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot 2 \\ &= 16 \text{ см} \end{aligned}$$

№1

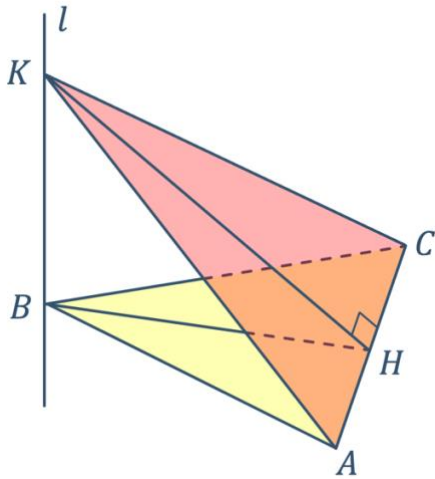


З точки A на площину α проведено перпендикуляр AO і похилі AB та AC . Які твердження є правильними?

- 1) $AO > AB$
- 2) Якщо $CO < OB$, то $AC < AB$
- 3) Якщо $AB > AC$, то $CO > BO$
- 4) Якщо $AB > AC$, то $BO > CO$
- 5) Якщо $AB = AC$, то $BO = CO$

Відповідь:

- Ні
Так
Ні
Так
Так



Пряма l перпендикулярна площині трикутника ABC , точка H – середина відрізка AC , $KH \perp AC$. Доведіть, що BH – бісектриса кута ABC і $KA = KC$.

Доведення:

$KH \perp AC \rightarrow BH \perp AC$ (За теоремою, оберненою до теореми про три перпендикуляри)

Розглянемо $\triangle BHC$ і $\triangle BHA$:

$\left. \begin{array}{l} HC = HA \\ BH - \text{спільна} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle BHC = \triangle BHA$ (за катетом і гіпотенузою) $\rightarrow BA = BC$ (як відповідні елементи рівних трикутників)

Розглянемо $\triangle ABC$:

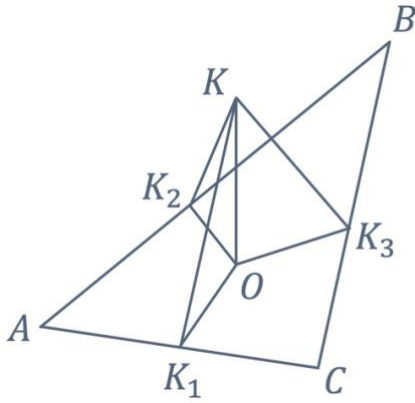
$BA = BC \rightarrow \triangle ABC$ – рівнобедрений

$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC - \text{рівнобедрений} \\ BH \perp AC \end{array} \right\} \rightarrow BH - \text{бісектриса } \angle ABC$

$BA = BC \rightarrow KA = KC$ (похилі, що мають рівні проекції, є рівними)

Доведення.

Сторони трикутника ABC дорівнюють 5 см, 12 см, 13 см, точка O – центр вписаного в трикутник кола, KO – перпендикуляр до площини трикутника. Знайдіть довжини перпендикулярів, проведених з точки K до сторін трикутника, якщо $KO = \sqrt{5}$ см.



Розв'язання:

т. O – центр вписаного у $\triangle ABC$ кола, тому:

$$OK_1 = OK_2 = OK_3 = r_{ABC} = \frac{S_{ABC}}{p_{ABC}}$$

$$OK_1 = OK_2 = OK_3 \rightarrow KK_1 = KK_2 = KK_3 \left(\begin{array}{l} \text{Рівні проекції} \\ \text{мають рівні похилі} \end{array} \right)$$

$$p_{ABC} = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{5 + 12 + 13}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ см}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)} = \sqrt{15(15 - 5)(15 - 12)(15 - 13)} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{900} = 30 \text{ см}$$

$$r_{ABC} = \frac{30}{15} = 2 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle KOK_1$ ($\angle O = 90^\circ$):

$$KK_1 = \sqrt{KO^2 + OK_1^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} = 3 \text{ см}$$

Відповідь: $OK_1 = OK_2 = OK_3 = 3 \text{ см}$

II. Підсумок уроку

- Поясніть, що таке перпендикуляр, проведений з даної точки до даної прямої?
- Поясніть, що таке похила, проведена з даної точки до даної прямої?
- Поясніть, що таке проекція похилої?
- Сформулюйте властивості перпендикуляра й похилої
- Сформулюйте теорему про три перпендикуляри

III. Домашнє завдання

Повторити § 7

Виконати № 7.13; 7.17; 7.27

О.С. Істер
(2018)

Повторити §5, п.35

Виконати № 35.22, 35.24, 35.26

А.Г. Мерзляк
(2018)