

Тема: Розв'язування типових завдань за темою «Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої і площини»

Мета: Формувати вміння використовувати набуті знання для розв'язування типових завдань. Перевірити рівень засвоєного матеріалу, виявити можливі прогалини.

Хід уроку

I. Організаційний етап

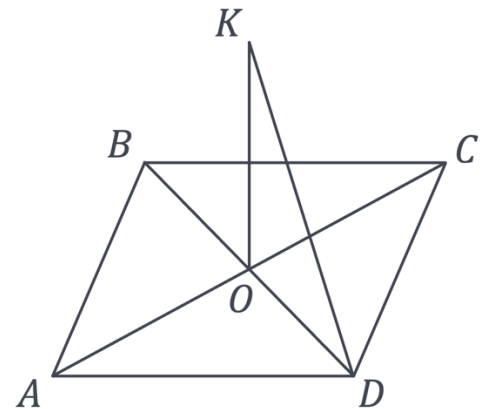
- ☐ Привітання
- ☐ Перевірка присутніх на уроці
- ☐ Налаштування на роботу

I. Актуалізація опорних знань

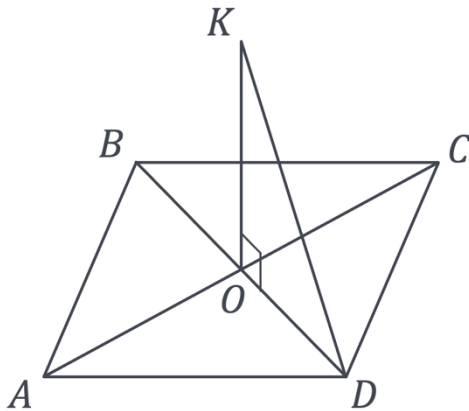
II. Розв'язування завдань

Пряма KO перпендикулярна площини квадрата $ABCD$ і проходить через його центр O . Знайдіть відстань від точки K до вершини D , якщо $AD = 6\sqrt{2}$, $KO = 3$ см

№1



Розв'язання:



$$KO \perp (ABC) \rightarrow KO \perp OD \quad \left(\begin{array}{l} \text{за означенням} \\ \text{перпендикулярності} \\ \text{прямої і площини} \end{array} \right)$$

$$BD = AD\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 12 \text{ см}$$

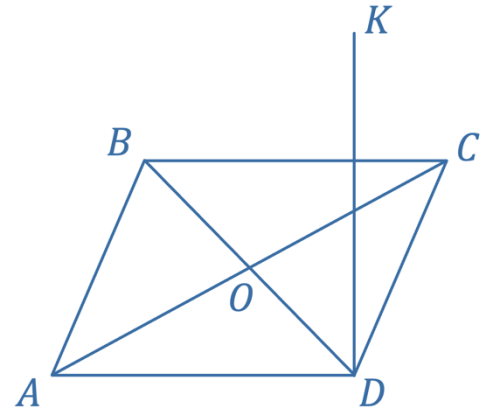
$$OD = \frac{BO}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ см}$$

З прямокутного $\triangle KOD$:

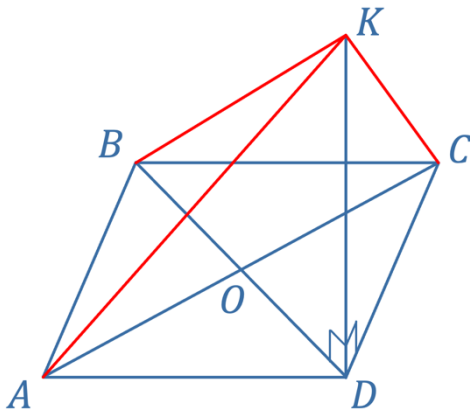
$$KD = \sqrt{KO^2 + OD^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5} \text{ см}$$

Відповідь: $KD = 3\sqrt{5}$ см

Пряма DK перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$. Знайдіть відстань від точки K до вершин квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 12 см, а $DK = 5$ см.



Розв'язання:



$$KD \perp (ABC) \rightarrow \begin{cases} KD \perp DC \\ KD \perp AD \\ KD \perp BD \end{cases} \left(\begin{array}{l} \text{за означенням} \\ \text{перпендикулярності} \\ \text{прямої і площини} \end{array} \right)$$

$$BD = AD\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \text{ см}$$

З прямокутних $\triangle KDA$, $\triangle KDB$, $\triangle KDC$:

$$KA = \sqrt{KD^2 + AD^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ см}$$

$$KC = KA = 13 \text{ см} \left(\triangle KDA = \triangle KDC \text{ за двома катетами} \right)$$

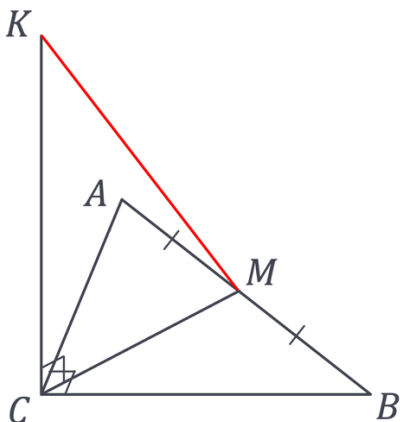
$$KB = \sqrt{KD^2 + BD^2} = \sqrt{25 + 288} = \sqrt{313} \text{ см}$$

Відповідь: 13 см, 13 см, $\sqrt{313}$ см

УЧНІ САМОСТІЙНО ВИКОНУЮТЬ ЗАВДАННЯ:

Пряма CK перпендикулярна до площини трикутника ABC . Відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см, $CK = \sqrt{7}$ см, CM – медіана. Знайдіть відстань від точки K до середини M гіпотенузи трикутника.

Розв'язання:



$$CM = \frac{1}{2}AB \text{ } (\triangle ACB \text{ – прямокутний, } \angle C = 90^\circ)$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ см}$$

$$CM = \frac{1}{2}AB = 5 \text{ см}$$

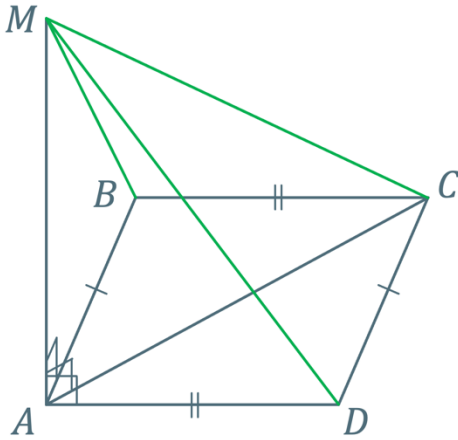
$CK \perp ABC \rightarrow CK \perp CM \rightarrow \triangle KCM$ прямокутний.

$$KM = \sqrt{CK^2 + CM^2} = \sqrt{7 + 25} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ см}$$

Відповідь: $KM = 4\sqrt{2}$ см

Через вершину A прямокутника $ABCD$ проведено пряму AM , перпендикулярно до його площини, $MD = 5$ см, $MC = 8$ см, $MB = 7$ см. Знайдіть відстань від точки M до площини $ABCD$ і площу прямокутника $ABCD$.

Розв'язання:



$$AM \rightarrow \begin{cases} AM \perp AD \\ AM \perp AC \\ AM \perp AB \end{cases} \begin{pmatrix} \text{за означенням} \\ \text{перпендикулярності} \\ \text{прямої і площини} \end{pmatrix}$$

Отже $\triangle MAD$, $\triangle MAC$, $\triangle MAB$ – прямокутні.

Нехай $MA = x$

Тоді:

$$AD^2 = MD^2 - MA^2 = 25 - x^2$$

$$AC^2 = MC^2 - MA^2 = 64 - x^2$$

$$AB^2 = MB^2 - MA^2 = 49 - x^2$$

Протилежні сторони прямокутника рівні, тому:

$$AB = CD$$

З $\triangle ADC$ ($\angle D = 90^\circ$):

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$64 - x^2 = 25 - x^2 + 49 - x^2$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

$$MA = x = \sqrt{10} \text{ см}$$

$$AB = \sqrt{49 - 10} = \sqrt{39} \text{ см}$$

$$AD = \sqrt{25 - 10} = \sqrt{15} \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = \sqrt{39 \cdot 15} = \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 65} = 3\sqrt{65} \text{ см}^2$$

III. Підсумок уроку

- ☐ Поясніть, які прямі називаються перпендикулярними
- ☐ Поясніть, як визначити, чи є пряма перпендикулярною до площини?
- ☐ Поясніть, що слідує з того, що пряма перпендикулярна до площини?
- ☐ Сформулюйте властивості взаємно перпендикулярних прямих і площин

IV. Домашнє завдання

Опрацювати §6

Виконати № 6.17; 6.38

Опрацювати §5, п.34

Виконати № 34.10, 34.12, 34.14

О.С. Істер

(2018)

А.Г. Мерзляк

(2018)