

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

I Варіант

- 1) $m \parallel \alpha$, $n \subset \alpha$. Вкажіть, чи можуть прямі m і n :**
- А) Перетинатись (*1 б*) Б) Бути мимобіжними (*1 б*)
В) Бути паралельними (*1 б*)

Відповідь: А) Ні; Б) Так; В) Так.

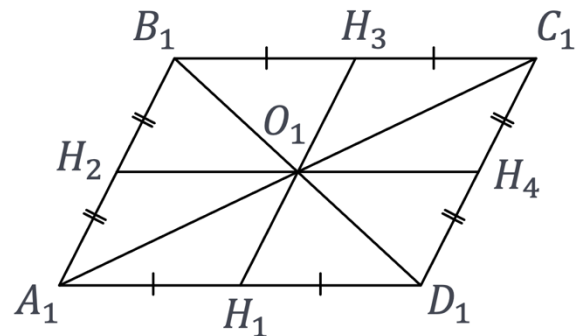
- 2) (2 б) Побудуйте довільний паралелограм $A_1B_1C_1D_1$. Припустіть що цей паралелограм – це проекція квадрата $ABCD$. Побудуйте проекції перпендикулярів до сторін квадрата $ABCD$, що проведені з точки O – точки перетину його діагоналей.

Розв'язання:

Діагоналі квадрата точкою перетину діляться навпіл, тому:

$\Delta A_1 O_1 D_1, \Delta A_1 O_1 B_1, B_1 O_1 C_1$ і $\Delta D_1 O_1 C_1$ – рівнобедрені.

Висота рівнобедреного трикутника, проведено до його основи, є одночасно і медіаною. Оскільки середина відрізка проектується в середину його проекції, то:

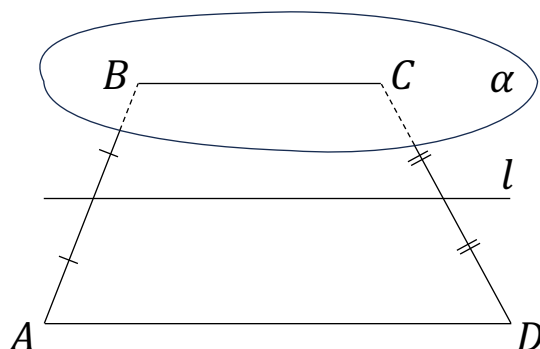


OH_1, OH_1, OH_3, OH_4 – проєкції перпендикулярів до сторін квадрата $ABCD$, що проведені з точки O .

- 3) (2,5 б) Основа BC трапеції $ABCD$ лежить в площині α . Вершина D не належить площині α . Пряму l побудовано через середини бічних сторін трапеції. Доведіть, що $l \parallel \alpha$.

Побудуйте рисунок до завдання (1 б).

Доведення:



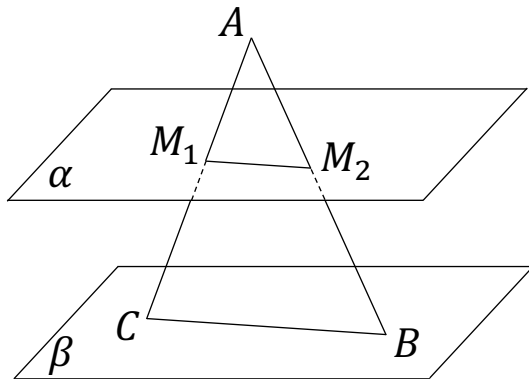
$BC \parallel l$ (оскільки середня лінія трапеції паралельна до її основ)

$$\left. \begin{array}{l} BC \parallel l \\ BC \in \alpha \end{array} \right| \rightarrow l \parallel \alpha \left(\begin{array}{c} \text{За ознакою} \\ \text{паралельності} \\ \text{прямої} \\ \text{і площини} \end{array} \right)$$

Доведено.

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ

4)



(2,5 б) Увага! Має бути детальне розв'язання.

Площина α перетинає сторони AC і AB трикутника ABC в точках M_1 і M_2 . Сторона BC трикутника ABC належить площині β . Обчисліть довжину відрізка M_1M_2 , якщо $\alpha \parallel \beta$, $BC = 21$ см, $AM_1 : M_1C = 3 : 4$.

Побудуйте рисунок до завдання (1 б).

Розв'язання:

$M_1M_2 \parallel BC$ за властивістю паралельних площин 1 (Якщо дві паралельні площини перетнуті третьою, то прямі їх перетину будуть паралельні між собою)

З $\triangle CAB$ і $\triangle M_1AM_2$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A - \text{спільний} \\ \angle BCA = \angle M_2M_1A \\ \text{(як відповідні} \\ \text{при } M_1M_2 \parallel BC \text{ і} \\ \text{січній } AC) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \triangle CAB \sim \triangle M_1AM_2 \\ \text{(За двома кутами)} \end{array}$$

Сторони подібних трикутників пропорційні, тому:

$$\frac{BC}{M_1M_2} = \frac{AC}{AM_1} \rightarrow M_1M_2 = \frac{BC \cdot AM_1}{AC} = \frac{21 \cdot 3}{7} = 9 \text{ см}$$

Відповідь: 9 см

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

II Варіант

- 1) $l \parallel \beta, m \subset \beta$. Вкажіть, чи можуть прямі l і m :
 А) Перетинатись (1 б) Б) Бути паралельними (1 б)
 В) Бути мимобіжними (1 б)
Відповідь: А) Ні; Б) Так; В) Так.

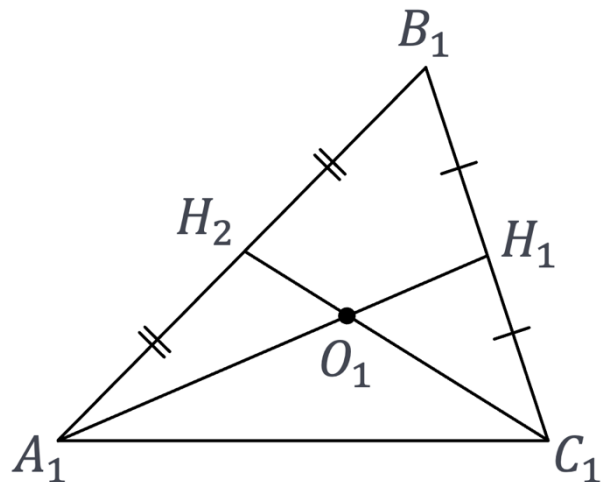
- 2) (2 б) Побудуйте довільний трикутник $A_1B_1C_1$. Припустіть що цей трикутник – це проекція правильного трикутника ABC . Побудуйте проекцію центра кола, описаного навколо трикутника ABC .

Розв'язання:

Середина відрізка проектується в середину його проекції, тому:

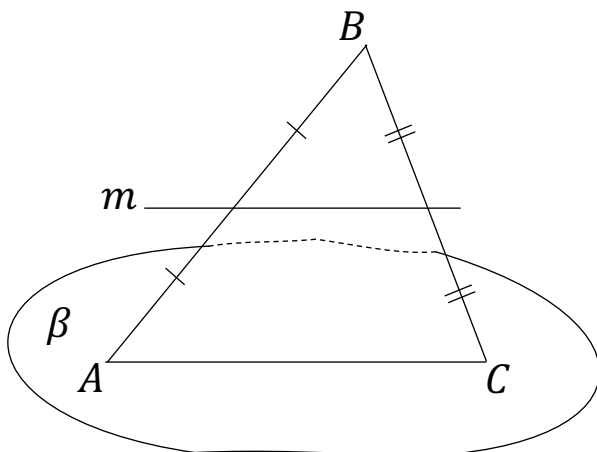
A_1H_1 і C_1H_2 – проекції медіан трикутника ABC .

Центр кола, вписаного в трикутник – точка перетину його бісектрис. У рівносторонньому трикутнику бісектриси є медіанами, а центр вписаного і описаного кіл збігається.



O_1 – проекцію центра кола, описаного навколо трикутника ABC .

- 3) (2,5 б) ABC – трикутник, $B \in \beta, C \in \beta, A \notin \beta$. Прямую m побудовано через середини сторін AB і AC . Доведіть, що $m \parallel \beta$. Побудуйте рисунок до завдання (1 б).

Доведення:

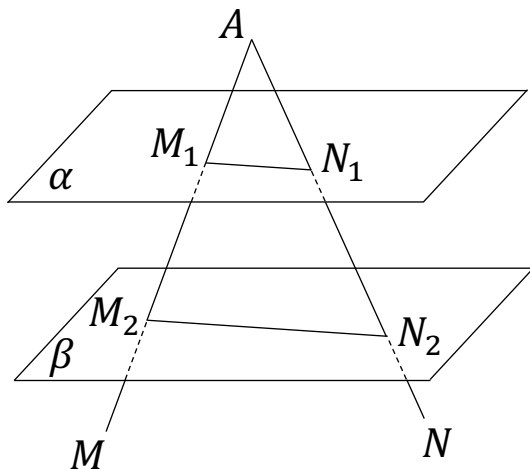
$AC \parallel m$ (оскільки середня лінія трикутника паралельна до основи трикутника)

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel m \\ AC \in \beta \end{array} \right\} \rightarrow m \parallel \beta \quad \left(\begin{array}{l} \text{За ознакою} \\ \text{паралельності} \\ \text{прямої} \\ \text{і площини} \end{array} \right)$$

Доведено.

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

4)



(2,5 б) Увага! Має бути детальне розв'язання.

Якщо промінь AM перетинає паралельні площини α і β у точках M_1 і M_2 відповідно, а промінь AN перетинає ці площини у точках N_1 і N_2 відповідно, то яка довжина відрізка M_1M_2 , якщо відомо, що $AM_1 = 14$ см, $M_1N_1 : M_2N_2 = 7 : 9$?

Побудуйте рисунок до завдання (1 б).

Розв'язання:

$M_1N_1 \parallel M_2N_2$ за властивістю паралельних площин 1 (Якщо дві паралельні площини перетнуті третьою, то прямі їх перетину будуть паралельні між собою)

З $\triangle M_2AN_2$ і $\triangle M_1AN_1$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A - \text{спільний} \\ \angle N_2M_2A = \angle N_1M_1A \\ \text{(як відповідні при } M_1N_1 \parallel M_2N_2 \text{ і січній } AM) \end{array} \right\} \rightarrow \triangle M_2AN_2 \sim \triangle M_1AN_1 \quad (\text{За двома кутами})$$

Сторони подібних трикутників пропорційні, тому:

$$\frac{M_2N_2}{M_1N_1} = \frac{AM_2}{AM_1} \rightarrow \frac{9}{7} = \frac{AM_2}{14} \quad AM_2 = \frac{9 \cdot 14}{7} = 18 \text{ см}$$

$$M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 18 - 14 = 4 \text{ см}$$

Відповідь: $M_1M_2 = 4$ см