

Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

I Варіант

- 1) (1 б) Обчисліть: $\arcsin \frac{1}{2}$

Розв'язання:

$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

Відповідь: $\frac{\pi}{6}$

- 2) (1 б) Який з виразів не має змісту:

A) $\arcsin \frac{\pi}{3}$

Б) $\arctg 17$

В) $\arccos \left(-\frac{\pi}{7}\right)$

Розв'язання:

$$\frac{\pi}{3} > 1$$

Оскільки значення синуса знаходиться в межах $[-1; 1]$, то вираз $\arcsin \frac{\pi}{3}$ не має змісту.

- 3) (2 б) Розв'яжіть рівняння $\cos x = 0,4$

Розв'язання:

$$\cos x = 0,4$$

$$x = \pm \arccos 0,4 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Відповідь: $x = \pm \arccos 0,4 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

- 4) (2 б) Розв'яжіть рівняння $(\sqrt{2} - 2 \cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$

Розв'язання:

$$\sqrt{2} - 2 \cos x = 0$$

або

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 0$$

$$2 \cos x = \sqrt{2}$$

$$\cos 2x = 0$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Відповідь: $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

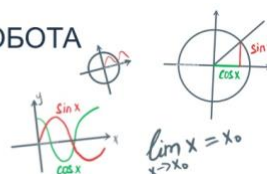
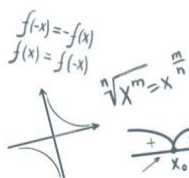
або $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

- 5) (2 б) Розв'яжіть рівняння $\cos 5x + \cos x = 0$

Розв'язання:

$$\cos 5x + \cos x = 0$$

$$2 \cos \frac{5x + x}{2} \cos \frac{5x - x}{2} = 0$$



Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

$$2 \cos 3x \cos 2x = 0$$

$$\cos 3x = 0$$

або

$$\cos 2x = 0$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Відповідь: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ або $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

- 6) (2 б) Знайдіть корені рівняння $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$, що належать проміжку $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$

Розв'язання:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -\frac{1}{2}$$

$$// \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$// \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$// \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

$$// \notin \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$k = 1$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$$

$$// \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$$

$$// \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

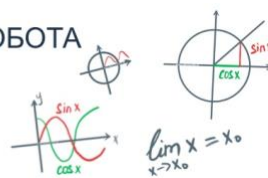
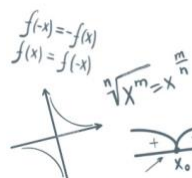
$$k = 2$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$$

$$// \notin \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}$$

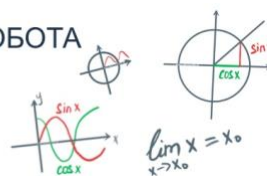
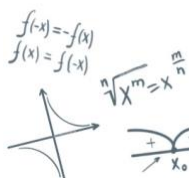
$$// \notin \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$



Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

Відповідь: $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$



Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

II Варіант

- 1) (1 б) Обчисліть: $\arccos \frac{1}{2}$

Розв'язання:

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

Відповідь: $\frac{\pi}{3}$

- 2) (1 б) Який з виразів не має змісту:

А) $\arccos 0$

Б) $\arccos \frac{\pi}{2}$

В) $\arcsin \left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Розв'язання:

$$\frac{\pi}{2} > 1$$

Оскільки значення косинуса знаходиться в межах $[-1; 1]$, то вираз

$$\arcsin \frac{\pi}{2} \text{ не має змісту.}$$

- 3) (2 б) Розв'яжіть рівняння $\sin x = 0,4$

Розв'язання:

$$\sin x = 0,4$$

$$x = (-1)^k \arcsin 0,4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Відповідь: $x = (-1)^k \arcsin 0,4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

- 4) (2 б) Розв'яжіть рівняння $(\sqrt{3} - 2 \sin x)(1 - 2 \sin^2 \alpha) = 0$

Розв'язання:

$$\sqrt{3} - 2 \sin x = 0$$

або

$$1 - 2 \sin^2 \alpha = 0$$

$$2 \sin x = \sqrt{3}$$

$$\cos 2x = 0$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Відповідь: $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ або $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

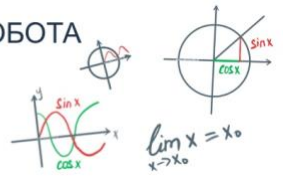
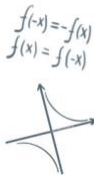
- 5) (2 б) Розв'яжіть рівняння $\sin 3x + \sin x = 0$

Розв'язання:

$$\sin 3x + \sin x = 0$$

$$2 \sin \frac{3x + x}{2} \cos \frac{3x - x}{2} = 0$$

$$2 \sin 2x \cos x = 0$$



Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 0 & \text{або} & & \cos x &= 0 \\ 2x &= \pi k, k \in \mathbb{Z} & & & x &= \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} & & & & \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad \text{або} \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

- 6) (2 б) Знайдіть корені рівняння $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5x\right) = \frac{1}{2}$, що належать проміжку $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Розв'язання:

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5x\right) &= \frac{1}{2} \\ -\cos 5x &= \frac{1}{2} & // \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= -\cos \alpha \\ \cos 5x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$5x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{2\pi}{15} \quad // \notin \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

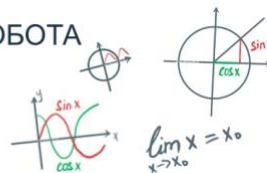
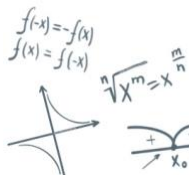
$$x = -\frac{2\pi}{15} \quad // \notin \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$k = 1$$

$$x = \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{15} \quad // \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$x = -\frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{15} \quad // \notin \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$k = 2$$



Тригонометричні формули.

Найпростіші тригонометричні рівняння.

$$x = \frac{2\pi}{15} + \frac{4\pi}{5} = \frac{14\pi}{15} \quad // \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$x = -\frac{2\pi}{15} + \frac{4\pi}{5} = \frac{10\pi}{15} = \frac{2\pi}{3} \quad // \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$k = 3$$

$$x = \frac{2\pi}{15} + \frac{6\pi}{5} = \frac{20\pi}{15} = \frac{4\pi}{3} \quad // \notin \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

$$x = -\frac{2\pi}{15} + \frac{6\pi}{5} = \frac{16\pi}{15} \quad // \notin \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

Відповідь: $\frac{8\pi}{15}; \frac{14\pi}{15}; \frac{2\pi}{3}$