Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій»

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати і використовувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання Д/З
- Налаштування на роботу

II. Розв'язування завдань

№1

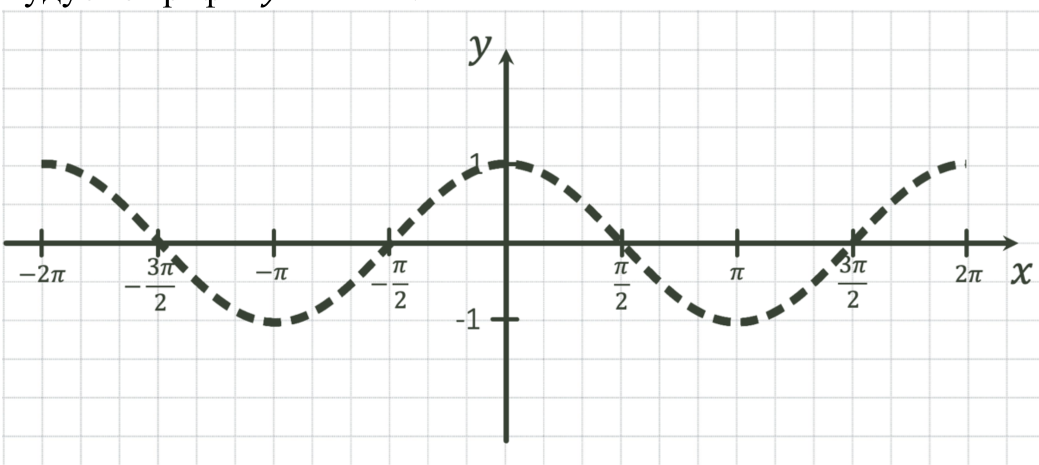
Побудуйте графік функції та опишіть її властивості:

1) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

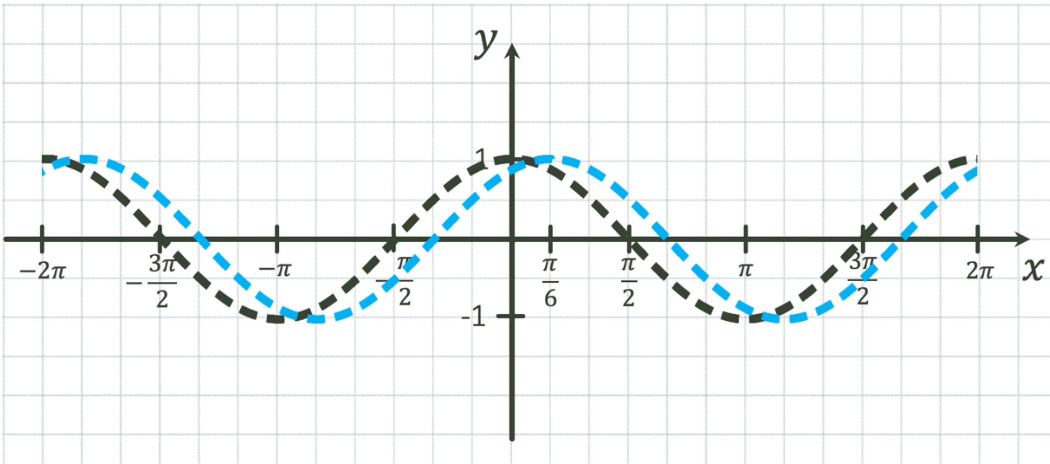
Розв'язання:

1) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

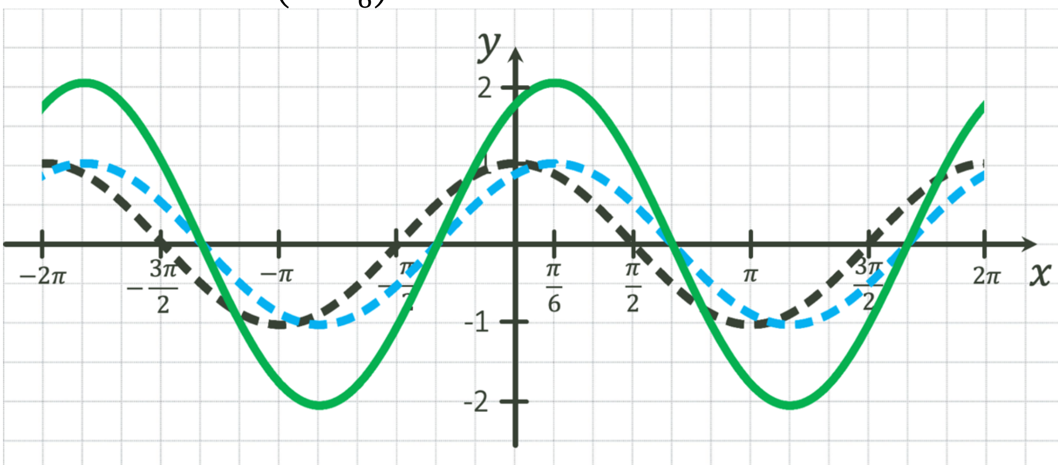
Будуємо графік $y = \cos x$:



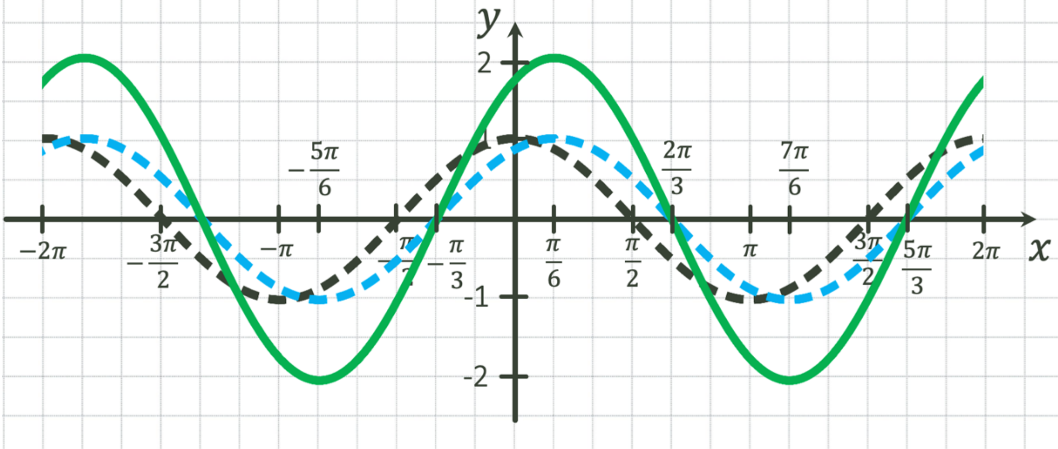
Переносимо графік $y = \cos x$ на $\frac{\pi}{6}$ одиниць праворуч, отримали графік $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$:



Розтягуємо графік $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ вздовж осі ординат в 2 рази, отримали графік $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$:



$$-\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$$
$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi + \pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$
$$\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$
$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{9\pi + \pi}{6} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$



Парність, непарність	Індиферентна
Найменший додатний період:	2π
Нулі функції:	$\dfrac{2\pi}{3}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$
Знакосталість, $y>0$:	$\left(-\dfrac{\pi}{3}+2\pi k;\ \dfrac{2\pi}{3}+2\pi k\right), k\in\mathbb{Z}$
Знакосталість, $y<0$:	$\left(\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k;\ \dfrac{5\pi}{3}+2\pi k\right), k\in\mathbb{Z}$
Проміжки зростання:	$\left[-\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k;\dfrac{\pi}{6}+\ 2\pi k\right], k\in\mathbb{Z}$
Проміжки спадання:	$\left[\dfrac{\pi}{6}+2\pi k;\dfrac{7\pi}{6}+2\pi k\right], k\in\mathbb{Z}$
Найбільше значення функції:	2 при $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$
Найменше значення функції:	-2 при $x=\frac{7\pi}{6}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

№2

Знайдіть область визначення функції:

1) $y=\dfrac{1}{1+\cos 5x}$ 2) $y=2-\operatorname{ctg} 3x$

Розв'язання:

1)
$$y=\frac{1}{1+\cos 5x}$$
$$1+\cos 5x\neq 0$$
$$\cos 5x\neq -1$$
$$5x\neq \pi+\pi k, k\in\mathbb{Z}$$
$$x\neq\frac{\pi}{5}+\frac{\pi k}{5}, k\in\mathbb{Z}$$

$x \neq \frac{\pi}{5}(1+k), k \in \mathbb{Z}$

2) $y = 2 - \operatorname{ctg} 3x$
$3x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$x \neq \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$

№3

Використовуючи графіки тригонометричних функцій, порівняйте числа:

1) $\cos\frac{\pi}{5}$ і $\cos\frac{\pi}{4}$ 2) $\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$ і $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

3) $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{7}$ і $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{9}$ 4) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}$ і $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}$

Розв'язання:

1) $\cos\frac{\pi}{5}$ і $\cos\frac{\pi}{4}$

Кути $\frac{\pi}{5}$ і $\frac{\pi}{4}$ знаходяться у I координатній чверті одиничного кола.

Функція $y = \cos x$ спадає в I координатній чверті, отже більшому значеннню аргумента відповідає менше значення функції.

Так як $\frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4}$, то:

$$\boldsymbol{\cos\frac{\pi}{5} > \cos\frac{\pi}{4}}$$

2) $\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$ і $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

Кути $-\frac{\pi}{7}$ і $-\frac{\pi}{6}$ знаходяться у IV координатній чверті одиничного кола.

Функція $y = \sin x$ зростає в IV координатній чверті, отже більшому значеннню аргумента відповідає більше значення функції.

Так як $-\frac{\pi}{7} > -\frac{\pi}{6}$, то:

$$\boldsymbol{\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) > \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$$

3) $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{7}$ і $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{9}$

Функція $y = \operatorname{tg} x$ зростає на всіх проміжках області визначення, отже більшому значенню аргумента відповідає більше значення функції.

Так як $\frac{3\pi}{7} > \frac{3\pi}{9}$, то:

$$\boldsymbol{\operatorname{tg}\frac{3\pi}{7} > \operatorname{tg}\frac{3\pi}{9}}$$

4) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}$ і $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}$

Функція $y = \operatorname{ctg} x$ спадає на всіх проміжках області визначення, отже більшому значенню аргумента відповідає менше значення функції.

Так як $\frac{\pi}{3} > \frac{\pi}{5}$, то:

$$\boldsymbol{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} < \operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}}$$

№4

Для функції $y = \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$ не виконуючи побудови, знайдіть:

1) Область визначення
2) Область значень
3) Період функції
4) Проміжки зростання (спадання)

Розв'язання:

1)

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)}$$

$$D(f):\ \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \neq 0$$

$$\frac{3\pi}{4} - 3x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-3x \neq \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-3x \neq -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\boldsymbol{x \neq \frac{\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}}$$

2) $E(f): y \in \mathbb{R}$

3) $T = \frac{\pi}{|-3|} = \frac{\pi}{3}$

4) $y = \text{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$

Так як коефіцієнт біля "x" є від'ємним, то отримана функція $y = \text{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$ з функції $y = \text{tg}\, x$ буде симетричною відносно осі абсцис, а тому – спадною.

Знайдемо проміжки спадання фукнції $y = \text{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$.

Функція $y = \text{tg} - x$ спадає на проміжках:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$

Знайдемо проміжки спадання функції $y = \text{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$:

$$-\frac{\pi}{2} + \pi k < \frac{3\pi}{4} - 3x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} + \pi k < -3x < \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{5\pi}{4} + \pi k < -3x < -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{5\pi}{4} + \pi k < -3x < -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \,|: (-3)$$

$$\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi k}{3} > x > \frac{\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Отже функція спадає на проміжках:

$$\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}; \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi k}{3}\right), k \in \mathbb{Z}$$

III. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

IV. Домашнє завдання

Повторити §12 — О.С. Істер
Виконати № 12.9; 12.13; 12.20

Повторити п.11 та конспект; — А.Г. Мерзляк
Побудувати графіки функції, попередньо дослідивши її область визначення та монотонність: $y = 3\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$.
Знайти множину значень фукнції $y = 3 - 2\sin 5x$.