

Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу. Формули зведення.

І Варіант

1. (4 б) Обчисліть використовуючи формули зведення:

А) $(\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ$

Б) $\operatorname{ctg} \frac{43\pi}{6} + \sin \frac{28\pi}{3}$

Розв'язання:

$$\begin{aligned} \text{А) } (\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ &= (\sin(540^\circ + 60^\circ) + \operatorname{tg}(450^\circ + 30^\circ)) \cdot \cos(270^\circ + 60^\circ) \\ &= (-\sin 60^\circ - \operatorname{ctg} 30^\circ) \cdot (\sin 60^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -\left(\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{9}{4} = -2,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Б) } \operatorname{ctg} \frac{43\pi}{6} + \sin \frac{28\pi}{3} &= \operatorname{ctg}\left(7\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(9\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

2. (5 б) Спростіть вираз:

А) $\frac{\sin(\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$

Б) $\operatorname{tg}^2 m \left(-1 + \frac{1}{\sin^2 m}\right)$

Розв'язання:

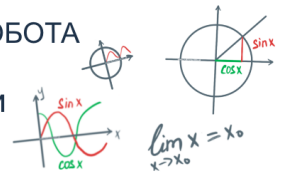
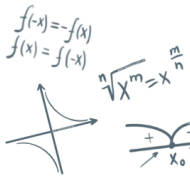
$$\text{А) } \frac{\sin(\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{\sin \alpha}{2 \cdot (-\sin \alpha)} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Б) } \sin^2 m + \cos^2 m = 1$$

$$1 + \frac{\cos^2 m}{\sin^2 m} = \frac{1}{\sin^2 m}$$

$$1 - \frac{1}{\sin^2 m} = -\frac{\cos^2 m}{\sin^2 m}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 m \left(-1 + \frac{1}{\sin^2 m}\right) &= -\operatorname{tg}^2 m \left(1 - \frac{1}{\sin^2 m}\right) = -\operatorname{tg}^2 m \left(-\frac{\cos^2 m}{\sin^2 m}\right) \\ &= \operatorname{tg}^2 m \cdot \frac{\cos^2 m}{\sin^2 m} = \frac{\sin^2 m}{\cos^2 m} \cdot \frac{\cos^2 m}{\sin^2 m} = 1 \end{aligned}$$



Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу. Формули зведення.

3. (3 б) Доведіть тотожність

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

Доведення:

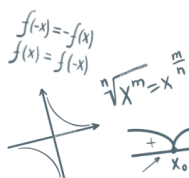
$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\begin{aligned}\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) &= \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) = \\ &\quad // \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi - \pi}{4} = \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

$$= \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

Доведено



Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу. Формули зведення.

II Варіант

1. (4 б) Обчисліть використовуючи формули зведення:

А) $\operatorname{tg}(-120^\circ) + \sin 750^\circ \operatorname{ctg} 510^\circ$

Б) $\operatorname{tg} \frac{16\pi}{3} - \cos\left(-\frac{55\pi}{6}\right)$

Розв'язання:

А) $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$

$$-\operatorname{tg} 120^\circ + \sin 750^\circ \operatorname{ctg} 510^\circ$$

$$= -\operatorname{tg}(90^\circ + 30^\circ) + \sin(720^\circ + 30^\circ) \operatorname{ctg}(450^\circ + 60^\circ)$$

$$= \operatorname{ctg} 30^\circ + \sin 30^\circ (-\operatorname{tg} 60^\circ) = \sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot (-\sqrt{3}) = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Б) $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$$\operatorname{tg} \frac{16\pi}{3} - \cos\left(-\frac{55\pi}{6}\right) = \operatorname{tg}\left(5\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(9\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \left(-\cos \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

2. (5 б) Спростіть вираз:

А) $\operatorname{ctg}(3\pi + \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

Б) $\operatorname{ctg}^2 m \left(-1 + \frac{1}{\cos^2 m}\right)$

Розв'язання:

А) $\operatorname{ctg}(3\pi + \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha (-\sin \alpha) = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot (-\sin \alpha) = -\cos \alpha$

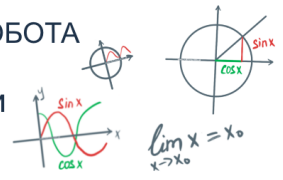
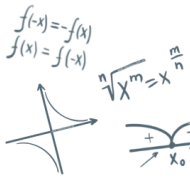
Б) $\sin^2 m + \cos^2 m = 1$

$$\frac{\sin^2 m}{\cos^2 m} + 1 = \frac{1}{\cos^2 m}$$

$$1 - \frac{1}{\cos^2 m} = -\frac{\sin^2 m}{\cos^2 m}$$

$$\operatorname{ctg}^2 m \left(-1 + \frac{1}{\cos^2 m}\right) = -\operatorname{ctg}^2 m \left(1 - \frac{1}{\cos^2 m}\right) = -\operatorname{ctg}^2 m \left(-\frac{\sin^2 m}{\cos^2 m}\right)$$

$$= \frac{\cos^2 m}{\sin^2 m} \cdot \frac{\sin^2 m}{\cos^2 m} = 1$$



Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу. Формули зведення.

3. (3 б) Доведіть тотожність:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

Доведення:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) =$$

$$// \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi - \pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

Доведено