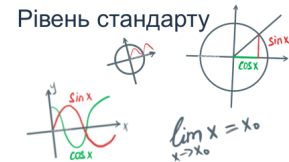


# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



**Тема:** Формули зведення

**Мета:**

- *Навчальна:* навчити використовувати формули зведення для зведення тригонометричних функцій кута  $\alpha$ ;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння використовувати мнемонічні правила формул зведення; розвивати вміння співпрацювати в групі;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

**Тип уроку:** засвоєння нових знань;

**Обладнання:** конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

## Хід уроку

### I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

### II. Актуалізація опорних знань

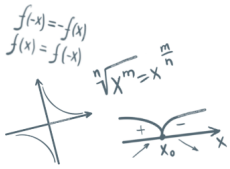
// **Формули зведення**

- Пригадаємо формули зведення, які Вам вже відомі:

$$\begin{array}{ll} \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha & \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha & \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \end{array}$$

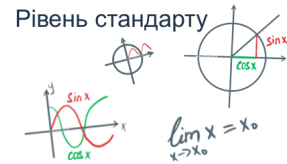
- Запишіть дані формули виразивши кути у радіанах:

$$\begin{array}{ll} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha & \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha & \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \end{array}$$



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



## III. Вивчення нового матеріалу

### // Формули зведення

Знайдемо формулу зведення для кута  $\frac{\pi}{2} + \alpha$ :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

- Чи зручно так за кожним разом відтворювати 32 можливі формули?  
Очевидно, що ні. В цьому нам допоможе правило «віслюка».

### // Правило «віслюка»

Уведемо поняття **кофункції**. Наприклад, кофункцією синуса буде косинус.

Функція	Кофункція
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$
$\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{tg} x$

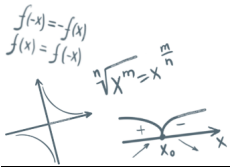
- Заповинимо наступну таблицю за допомогою правила «віслюка»:

$x$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$360^\circ + \alpha$
$\sin x$								
$\cos x$								
$\operatorname{tg} x$								
$\operatorname{ctg} x$								

Правило «Віслюка» можна сформулювати у вигляді мнемонічного правила «**Чверть. Знак. Назва**».

1. Знаходимо чверть, в якій опиниться кут.
2. У правій частині формули зведення записуємо той знак (+ або -), який має ліва частина формули у тій чверті, де опиниться кут за умови, що  $\alpha$  – гострий кут.
3. Для кутів  $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$  і  $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$  – назву змінюємо на кофункцію.

*(Через цю властивість дане правило можна назвати правилом віслюка, бо коли водити головою по **вертикальній осі** одиничного кола, то віслюк нам каже «так – змінюємо дану функцію на кофункцію», а коли віслюк водить головою по **горизонтальній осі** одиничного кола, то віслюк нам каже – «ні, змінювати функцію на кофункцію не потрібно»)*



# МАТЕМАТИКА НОВА

## АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



$x$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$360^\circ + \alpha$
$\sin x$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos x$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

### IV. Розв'язування завдань

№1

Якщо  $\alpha$  – гострий кут, то до якої чверті належить кут:

- 1)  $90^\circ + \alpha$
- 2)  $\frac{\pi}{2} - \alpha$
- 3)  $\frac{3\pi}{2} - \alpha$
- 4)  $2\pi - \alpha$

**Відповідь:** 1) II чверть; 2) I чверть; 3) III чверть; 4) IV чверть

№2

За допомогою формул зведення і табличних значень тригонометричних функцій кутів, обчисліть:

- 1)  $\cos \frac{5\pi}{6}$
- 2)  $\sin 240^\circ$
- 3)  $\operatorname{ctg} 315^\circ$
- 4)  $\operatorname{tg} 135^\circ$

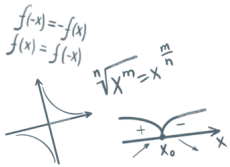
**Розв'язання:**

- 1)  $\cos \frac{5\pi}{6} = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2)  $\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3)  $\operatorname{ctg} 315^\circ = \operatorname{ctg}(270^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$
- 4)  $\operatorname{tg} 135^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1$

№3

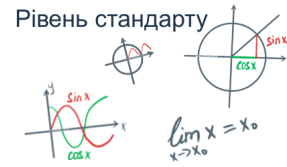
Спростіть вираз:

- 1)  $\cos \left( \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) - \sin(2\pi - \alpha)$
- 2)  $1 - \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$
- 3)  $\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right)$
- 4)  $\cos(\alpha - 2\pi) \cdot \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right)$



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



**Розв'язання:**

- 1)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha - (-\sin \alpha) = -\sin \alpha + \sin \alpha = 0$
- 2)  $1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$
- 3)  $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$
- 4)  $\cos(\alpha - 2\pi) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha \cdot (-\cos \alpha) = -\cos^2 \alpha$

**№4**

Знайдіть числове значення виразу:

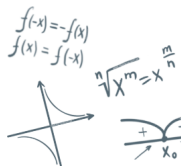
- 1)  $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin 3\pi + 5 \cos \frac{3\pi}{2}$
- 2)  $7 \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$
- 3)  $\cos(-960^\circ) + \sqrt{3} \sin(300^\circ) + \operatorname{tg} 225^\circ$

**Розв'язання:**

- 1)  $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin 3\pi + 5 \cos \frac{3\pi}{2} = 0 - 0 + 5 \cdot 0 = 0$
- 2)  $7 \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = 7 \cdot \cos \frac{\pi}{4} - 3 \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{4}\right)$   
 $= 7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$
- 3)  $\cos(-960^\circ) + \sqrt{3} \sin(300^\circ) + \operatorname{tg} 225^\circ$   
 $= \cos(900^\circ + 60^\circ) + \sqrt{3} \sin(270^\circ + 30^\circ) + \operatorname{tg}(180^\circ + 45^\circ)$   
 $= -\cos 60^\circ + \sqrt{3}(-\cos 30^\circ) + \operatorname{tg} 45^\circ = -\frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 1$   
 $= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = -2 + 1 = -1$

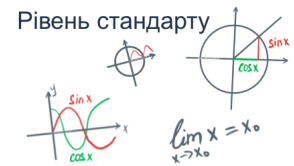
## V. Підсумок уроку

- Поясніть, як можна використовувати формули зведення?
- Для яких кутів (чисел) назва функції, яку зводимо, не змінюється, а для яких – змінюється?
- Як визначити знак перед функцією, до якої зводимо дану функцію?
- Сформулюйте мнемонічні правила, якими можна користуватися під час застосування формул зведення



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



## VI. Домашнє завдання

Опрацювати §11, опрацювати конспект

Виконати № 11.4(5-8); 11.6(1,3,6,8); 11.8(2,4,5,7);  
11.10(2,4)

Опрацювати п.14 (ст.82), опрацювати конспект

Виконати № 14.2; 14.4; 14.6; 14.12

О.С. Істер

А.Г. Мерзляк