

# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



**Тема:** Розв'язування типових вправ за темою «Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу»

**Мета:**

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати і використовувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

**Тип уроку:** закріплення знань;

**Обладнання:** конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

## Хід уроку

### I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання Д/З
- Налаштування на роботу

### II. Розв'язування завдань

№1

Позначте на одиничному колу точку  $A_\alpha$ , що відповідає куту  $\alpha$  і порівняйте її координати  $x_\alpha$  і  $y_\alpha$ , якщо радіанна міра кута  $\alpha$  дорівнює:

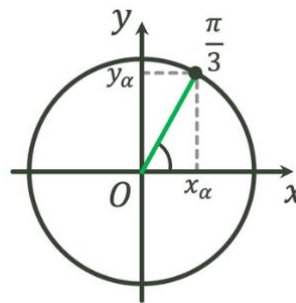
1)  $\frac{\pi}{3}$

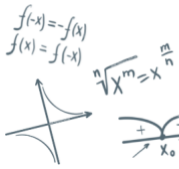
2)  $\frac{\pi}{4}$

3)  $\frac{5\pi}{6}$

**Розв'язання:**

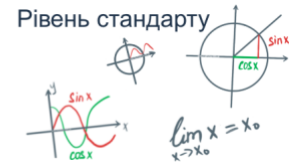
1)  $\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{3} = 60^\circ$   
 $x_\alpha < y_\alpha$





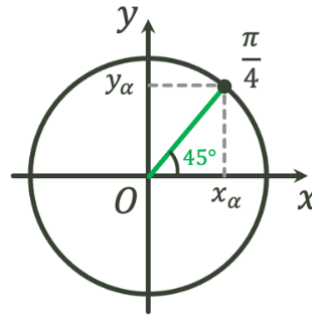
# МАТЕМАТИКА НОВА

## АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



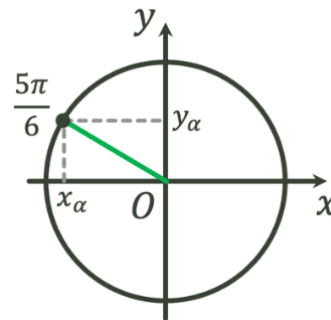
$$2) \quad \frac{\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$x_\alpha = y_\alpha$$



$$3) \quad \frac{5\pi}{6} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{6} = 150^\circ$$

$$x_\alpha < y_\alpha$$



### №2

➤ Поясніть, що є кутом в 1 радіан?

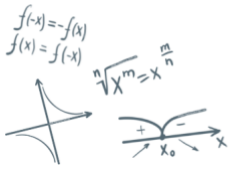
*1 радіан – центральний кут, що відповідає дузі кола, довжина якої дорівнює радіусу кола.*

Обчисліть довжину дуги, якщо відомі її радіус  $R$  і радіанна міра  $\alpha$ :

- 1)  $\alpha = 2, R = 3$  см
- 2)  $\alpha = 0,2, R = 1$  м
- 3)  $\alpha = \frac{3\pi}{5}, R = 10$  дм

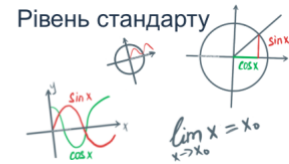
**Розв'язання:**

- 1)  $\alpha = 2, R = 3$  см  
 $l = \alpha \cdot R = 2 \cdot 3 = 6$  см
- 2)  $\alpha = 0,2, R = 1$  м  
 $l = \alpha \cdot R = 0,2 \cdot 1 = 0,2$  м
- 3)  $\alpha = \frac{3\pi}{5}, R = 10$  дм  
 $l = \alpha \cdot R = \frac{3\pi}{5} \cdot 10 = 6\pi$  дм



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



№3

Знайдіть радіанну міру внутрішнього кута:

- 1) Рівностороннього трикутника
- 2) Правильного п'ятикутника
- 3) Прямокутного рівнобедреного трикутника
- 4) Правильного дванадцятикутника

**Розв'язання:**

- 1) Рівностороннього трикутника

У рівностороннього трикутника всі кути рівні і дорівнюють  $60^\circ$ , тому:

$$60^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

- 2) Правильного п'ятикутника

Сума кутів опуклого  $n$ -кутника дорівнює  $180^\circ(n-2)$ , так як наш  $n$ -кутник є правильним, то в нього всі сторони і кути є рівними, тому градусна міра його внутрішнього кута:

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n}$$

Так як  $180^\circ = \pi$ , то:

$$\frac{\pi(n-2)}{n} \text{ – радіанна міра внутрішнього кута правильного } n\text{-кутника}$$

$$\frac{\pi(5-2)}{5} = \frac{3\pi}{5}$$

- 3) Правильного дванадцятикутника

$$\frac{\pi(12-2)}{12} = \frac{10\pi}{12} = \frac{5\pi}{6}$$

- 4) Прямокутного рівнобедреного трикутника

У прямокутного рівнобедреного трикутника один кут дорівнює  $90^\circ$ , а два інші по  $45^\circ$

Отже кути прямокутного рівнобедреного трикутника у радіанній мірі:

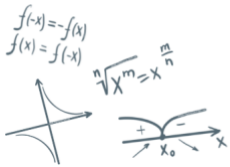
$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$$

№4

Знайдіть значення виразу:

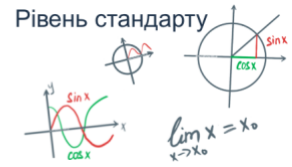
- 1)  $\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{2}\right)$ , якщо  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

- 2)  $4\cos\left(3\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right)$ , якщо  $\alpha = \frac{\pi}{6}$



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



**Розв'язання:**

$$\begin{aligned}
 1) \quad \sin^2\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{2}\right) &= \sin^2\frac{\pi}{3} + 3\operatorname{tg}\frac{5\pi - 6\pi}{4} \\
 &= \sin^2\frac{\pi}{3} + 3\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot (-1) = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3 - 12}{4} \\
 &= -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad 4\cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right) &= 4\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi + \pi}{12}\right) \\
 &= 4\cos\left(\frac{3\pi - \pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\frac{3\pi}{12} = 4\cos\frac{2\pi}{6} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = 4\cos\frac{\pi}{3} + 1 \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2 + 1 = 3
 \end{aligned}$$

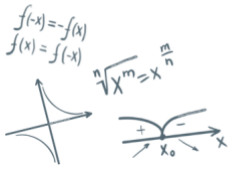
№5

**Обчисліть:**

- 1)  $7\sin^2\frac{\pi}{6} - 5\cos^2\frac{\pi}{3}$
- 2)  $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2 + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$
- 3)  $3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6}$
- 4)  $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot 2\cos 0 + \frac{2}{7}\sin^2\pi$

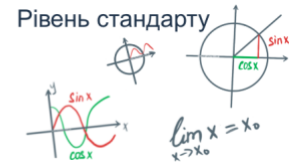
**Розв'язання:**

- 1)  $7\sin^2\frac{\pi}{6} - 5\cos^2\frac{\pi}{3} = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- 2)  $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2 + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 = 3 + 1 = 4$
- 3)  $3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{6} = 3 \cdot 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$
- 4)  $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot 2\cos 0 + \frac{2}{7}\sin^2\pi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 1 + \frac{2}{7} \cdot 0 = 1$



# МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



№6

Доведіть, що:

$$\cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} \left(1 - \sin^2 \frac{5\pi}{4}\right)$$

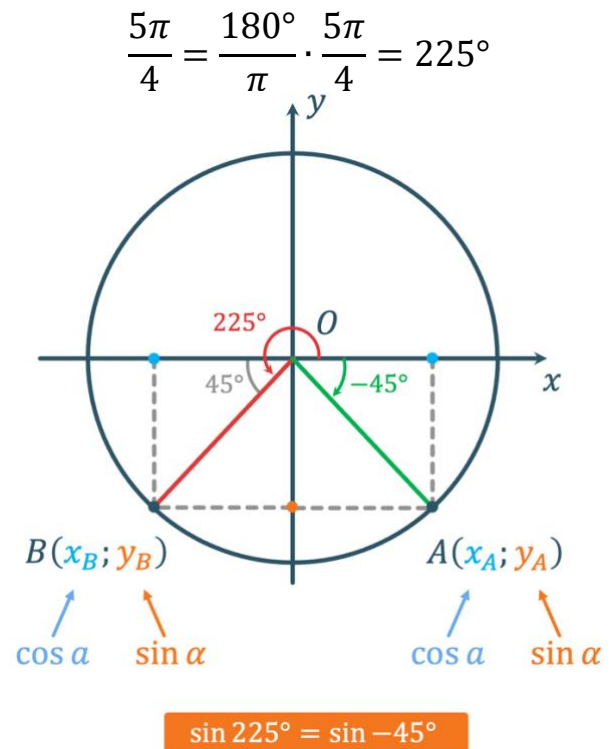
**Доведення:**

Щоб довести дану рівність, знайдемо числові значення лівої і правої частин, а потім покажемо, що вони однакові.

$$\cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3} \left(1 - \sin^2 \frac{5\pi}{4}\right) &= (\sqrt{3})^2 \cdot \left(1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right) \\ &= 3 \cdot \left(1 - \frac{2}{4}\right) = 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,5 \end{aligned}$$

**Доведено.**



### III. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

### IV. Домашнє завдання

Повторити §8

Виконати № 8.6 (1, 2); 8.17 (1, 4); 8.23 (1, 4); 8.30 (2)

Повторити §2, п.8-9

Виконати № 8.5; 8.11 (1, 2); 8.13; 9.6;

О.С. Істер

А.Г. Мерзляк