

МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Монотонність і неперервність функцій. Парні і непарні функції»

Мета:

- *Навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати і використовувати отримані знання та навички, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання Д/З
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

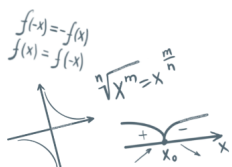
- Яка функція є зростаючою/спадною на певному проміжку?
- Область якої функції є симетричною відносно нуля?
- Яка функція називається парною/непарною?
- Як перевірити парність функції за допомогою її графіка?
- Яка функція називається неперервною в точці?
- Яка функція називається монотонною на певному проміжку?

III. Розв'язування завдань

№1

Зобразіть схематично графік функції $f(x)$, якщо:

- 1) $f(x)$ зростає на проміжку $[-4; 2]$ і спадає на проміжку $(2; 4]$
- 2) $f(x)$ зростає на проміжках $(-5; -2]$ та $(1; 4)$ і спадає на проміжку $(-2; 1]$



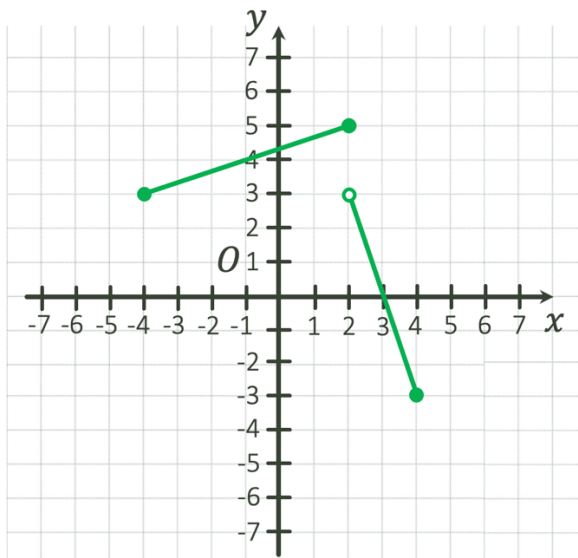
МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС

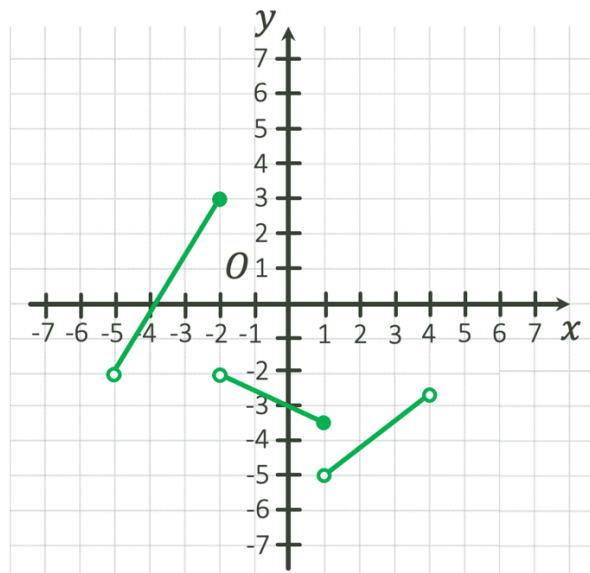


Розв'язання:

1) Одна з безлічі можливих відповідей:



2) Одна з безлічі можливих відповідей:

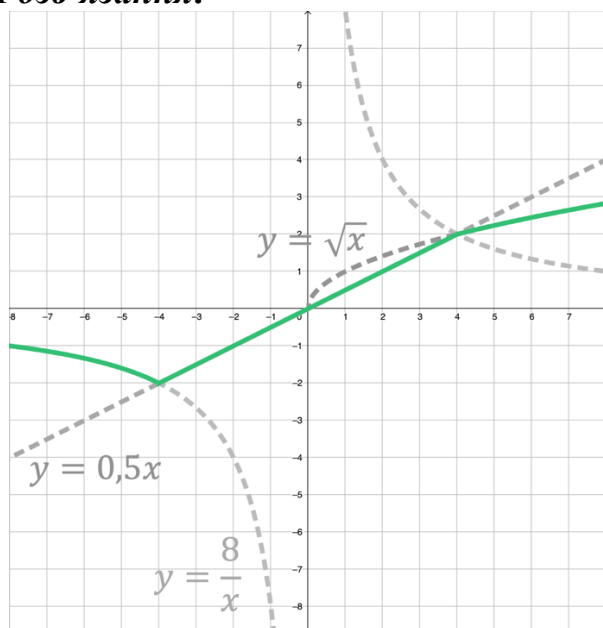


№2

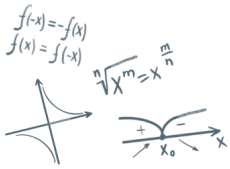
Побудуйте графік функції та знайдіть проміжки, на яких вона зростає, та проміжки, на яких – спадає.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{якщо } x \leq -4 \\ 0,5x, & \text{якщо } -4 < x \leq 4 \\ \sqrt{x}, & \text{якщо } x \geq 4 \end{cases}$$

Розв'язання:



Спадає на проміжку $(-\infty; -4]$
Зростає на проміжку $[-4; +\infty)$



МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



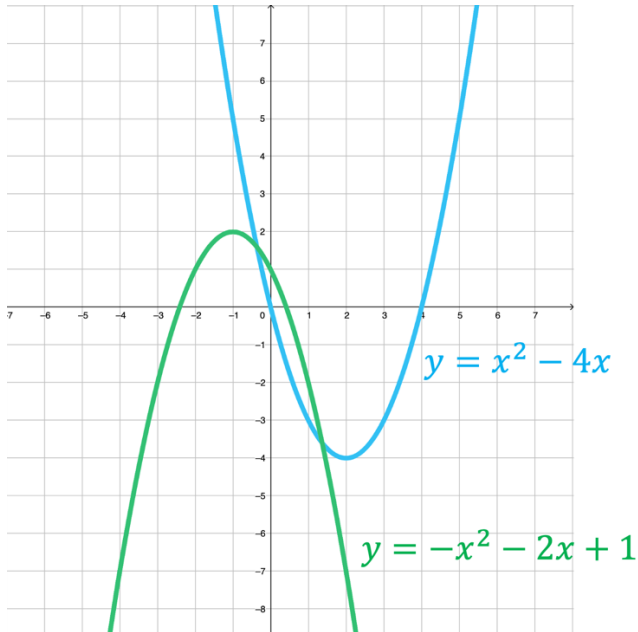
№3

Знайдіть проміжки зростання і проміжки спадання функції:

1) $y = x^2 - 4x$

2) $y = -x^2 - 2x + 1$

Розв'язання:



1) $y = x^2 - 4x$

Графіком даної функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору.

Знайдемо координати x_B даної параболи:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

Отже дана функція:

Спадає на проміжку $(-\infty; 2]$

Зростає на проміжку $[2; +\infty)$

2) $y = -x^2 - 2x + 1$

Графіком даної функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз.

Знайдемо координати x_B даної параболи:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{-2} = -1$$

Отже дана функція:

Зростає на проміжку $(-\infty; -1]$

Спадає на проміжку $[-1; +\infty)$

№4

Дослідіть функцію на парність:

1) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$

3) $f(x) = x^3 x^7 + (x^2)^3$

5) $y = \frac{\sqrt[8]{16-x^2}}{x}$

2) $f(x) = \frac{5x}{x^2+|x|+1}$

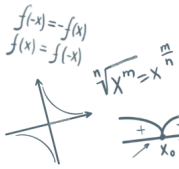
4) $y = \sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x}$

6) $y = \frac{x^3}{x^2+1}$

Розв'язання:

1) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$

Знайдемо область визначення даної функції:



МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



$$\begin{cases} 1 - x^2 \geq 0 \\ 1 - x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 \leq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad x \in [-1; 1)$$

Область визначення не симетрична відносно початку координат.

Дана функція ні парна, ні непарна (індиферентна).

2)
$$f(x) = \frac{5x}{x^2 + |x| + 1}$$

$D(f): x \in (-\infty; +\infty)$ // Область визначення симетрична відносно початку координат

$$f(-x) = \frac{5(-x)}{(-x)^2 + |-x| + 1} = -\frac{5x}{x^2 + |x| + 1} = -f(x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

Отже дана функція непарна.

3)
$$f(x) = x^3 x^7 + (x^2)^3 = x^{10} + x^6$$

$D(f): x \in (-\infty; +\infty)$ // Область визначення симетрична відносно початку координат

$$f(-x) = (-x)^{10} + (-x)^6 = x^{10} + x^6$$

$$f(-x) = f(x)$$

Отже дана функція парна.

4)
$$y = \sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x}$$

$D(f): x \in (-\infty; +\infty)$ // Область визначення симетрична відносно початку координат

$$f(-x) = \sqrt[3]{2+(-x)} + \sqrt[3]{2-(-x)} = \sqrt[3]{2-x} + \sqrt[3]{2+x} = f(x)$$

$$f(-x) = f(x)$$

Отже дана функція парна.

5)
$$y = \frac{\sqrt[8]{16-x^2}}{x}$$

Знайдемо область визначення:

$$\begin{cases} 16 - x^2 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 \leq 16 \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

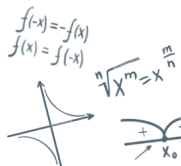
$D(f): x \in [-4; 0) \cup (0; 4]$ // Область визначення симетрична відносно початку координат

$$f(-x) = \frac{\sqrt[8]{16-(-x)^2}}{(-x)} = \frac{\sqrt[8]{16-x^2}}{-x} = -\frac{\sqrt[8]{16-x^2}}{x} = -f(x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

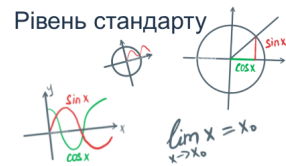
Отже дана функція непарна.

6)
$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$



МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



$D(f): x \in (-\infty; +\infty)$ // Область визначення симетрична відносно початку координат

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x^3}{x^2 + 1} = -\left(\frac{x^3}{x^2 + 1}\right) = -f(x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

Отже дана функція непарна.

№5

Чи є функція $f(x) = x^8$ парною, якщо її областю визначення є множина:

- 1) $[-4; 3]$
- 2) $(-7; 7)$
- 3) $(-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$

Розв'язання:

Для даної функції виконується умова $f(-x) = f(x)$, отже необхідно перевірити чи симетрична дана область визначення відносно початку координат.

- 1) Ні
- 2) Так
- 3) Ні

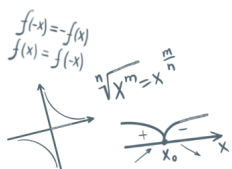
Відповідь: 1) не є парною; 2) парна; 3) не є парною

№6

Парна функція $y = f(x)$ визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Які з наведених тверджень є правильними?

- 1) $f(-14) = -f(14)$
- 2) $f(-8) = f(8)$
- 3) Графік функції $y = f(x)$ симетричний відносно осі Oy

Відповідь: правильноми є твердження 2 і 3 (див. Урок 03)



МАТЕМАТИКА НОВА

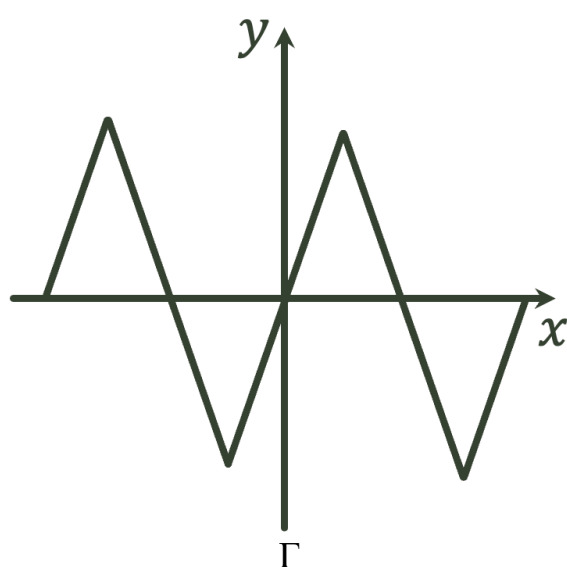
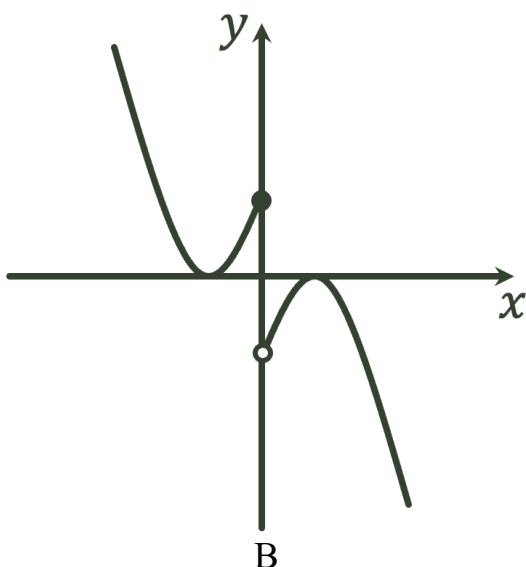
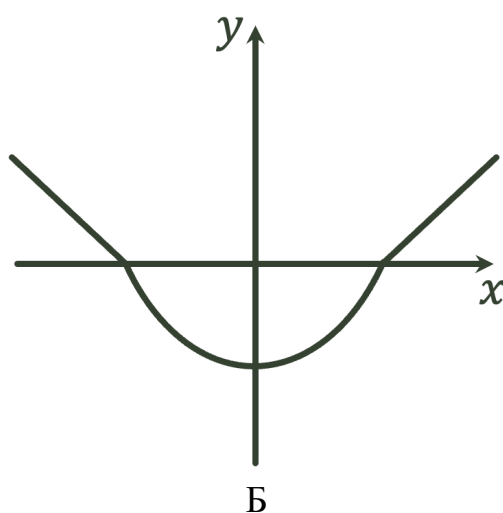
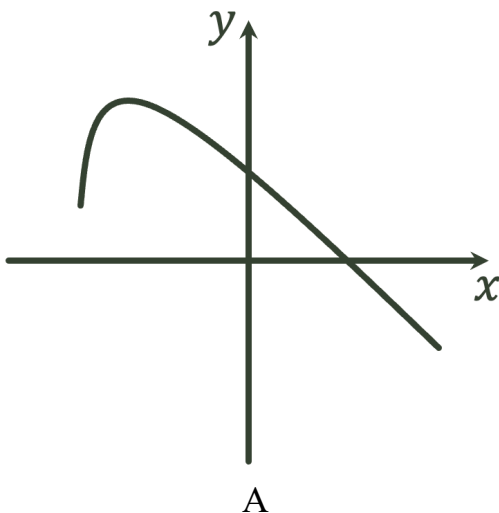
АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



№7

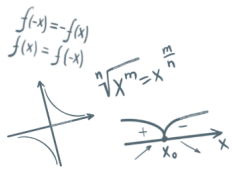
Поясніть, які з даних функцій, заданих графіком, є:

- 1) Парними
- 2) Непарними
- 3) Індиферентними



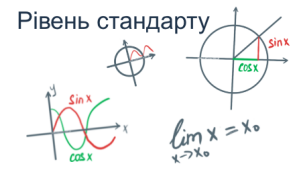
Розв'язання:

- А) Дана функція немає симетрії відносно осі ординат або центру координат, отже вона **індиферентна**
- Б) Дана функція симетрична відносно осі ординат, отже вона **парна**
- В) Всі точки даної функції, окрім одної, мають симетрію відносно початку координат, тому дана функція **індиферентна**
- Г) Дана функція симетрична відносно початку координат, тому дана функція **непарна**



МАТЕМАТИКА НОВА

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ 10 КЛАС



IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал

V. Домашнє завдання

Повторити §2, опрацювати конспект

Виконати № 2.10; 2.21; 2.24(3, 6, 7, 8); 2.27; 2.33(3)

О.С. Істер

Опрацювати п.1 (стор. 8-9), конспект; Вміти відповідати на запитання 3-4 на стор. 9

Виконати № 1.4; 1.13; 1.15; 1.19; 1.21

А.Г. Мерзляк